

گفتگو سیالات 2

مراجعات { زوج 11-12
فرد 9-10

جان هابرو

anpyanpy@gmail.com

اصل TA :

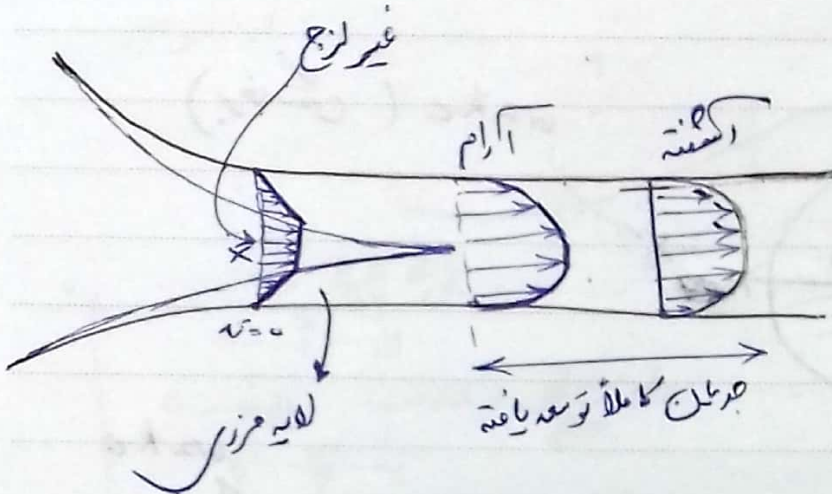
کلاس علی محمدی الف 9
جریان هاس خارجی
غیر لزوج
لا یومز
نیروها
میان در کمال هاس باز

تدریس هاس

عبدان تراکم نیر

معادله نادر استوس

امتحان هاس نیرم : 22, 1, 98 ساعت 10:30

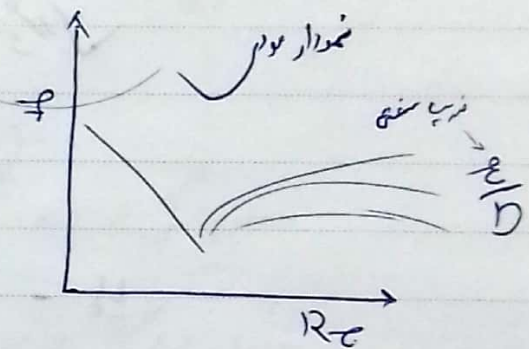


$$dP + \frac{4\phi x}{D_h} \tau_w = 0$$

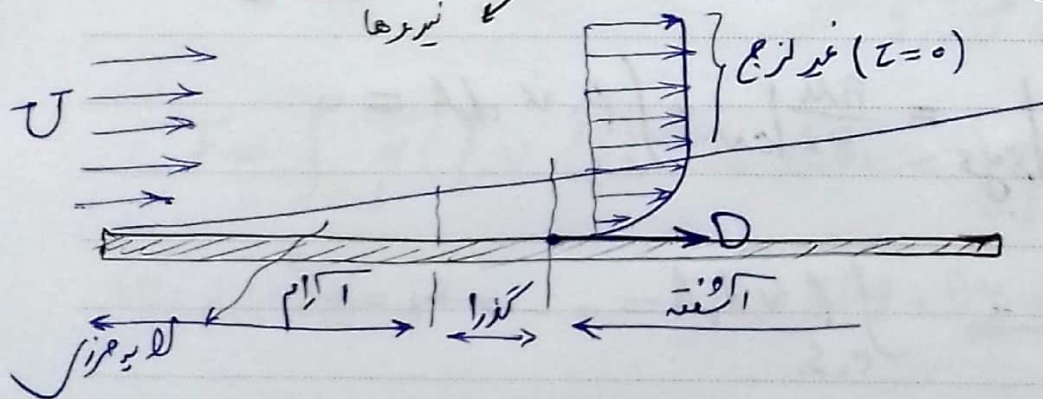
$$\tau_w = \frac{f}{4} \cdot \rho \frac{V^2}{2}$$

$$P_2 - P_1 = -\frac{1}{2} \rho V^2 \frac{f L}{D_h}$$

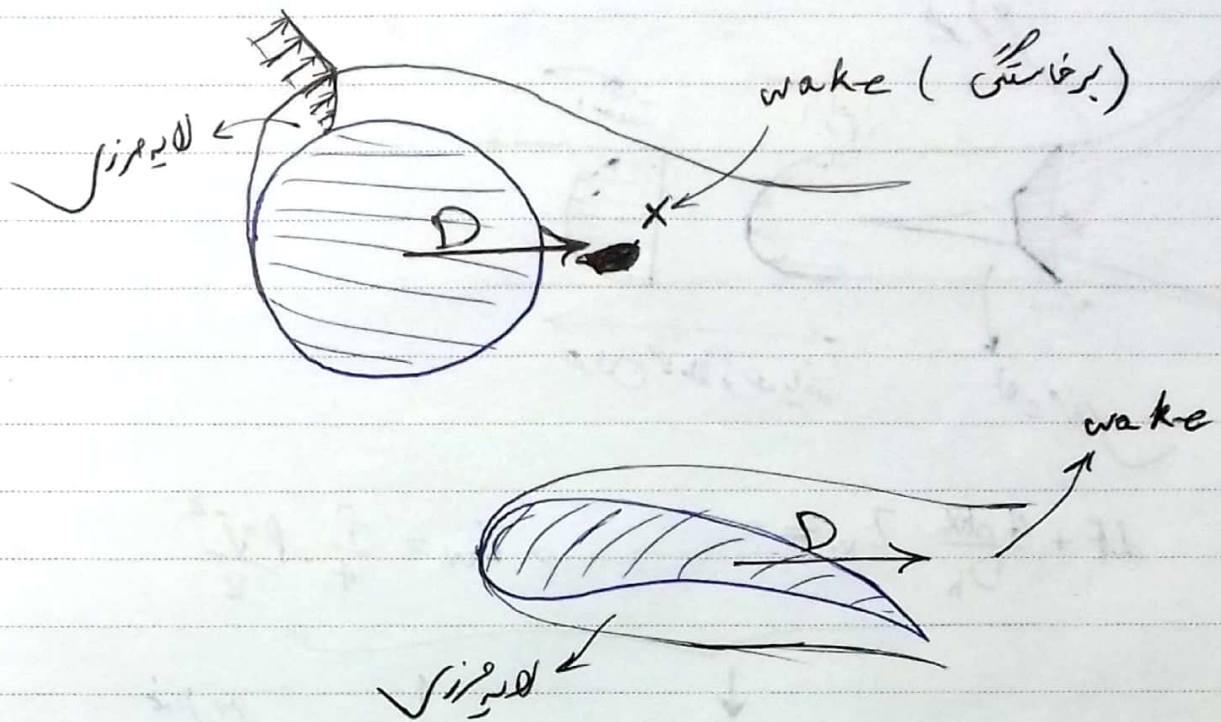
جریان هاس تراکم تاثیر در یک بعد



جریان هاس خارجی و بر روی جریان در دو بعد



drag lift



معادلات حرکت نویدر :

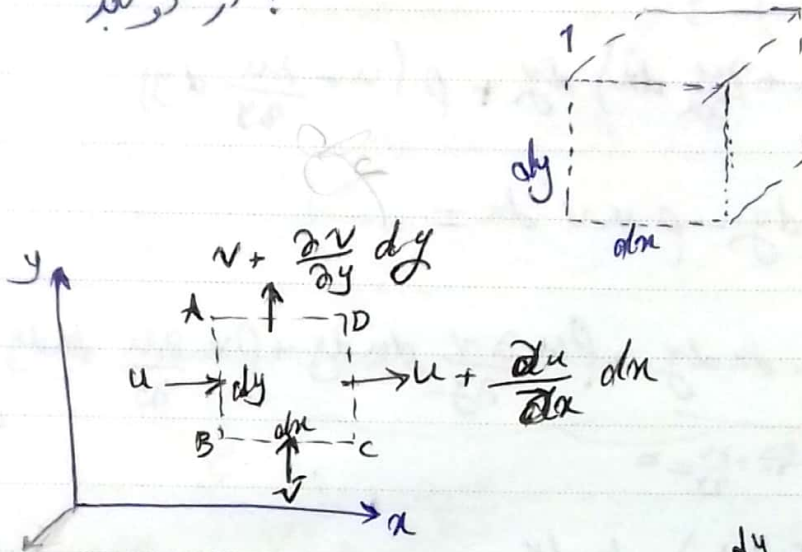
- غیر لزج - تراکم ناپذیر - پایا -

معادله پیوستگی :

$$\frac{dM}{dt}|_{sys} = \frac{\partial M}{\partial t}|_{cv} + \int_{c.s.} \rho \cdot v \cdot dA = 0$$

$$\text{در یک بعد} \rightarrow \int_{c.s.} \rho v dA = 0 \rightarrow \dot{m}_i = \dot{m}_o$$

در دو بعد :



$$-\rho u dy - \rho v dx + \rho \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) dy + \rho \left(v + \frac{\partial v}{\partial y} dy \right) dx = 0$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial x} dx dy + \rho \frac{\partial v}{\partial y} dx dy = 0$$

$$* \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \rightarrow \text{معادله پیوستگی در دو بعد}$$

تذکره : معادله پیوستگی در سه بعد را هم بدست آمدیم.

معادله اندازه گیری هم چنین است :

$$\vec{F} = \int_{c.s.} \vec{v} (\rho \cdot \vec{v} \cdot d\vec{A}) \xrightarrow{\text{x و y}} \vec{F}_n = \int_{c.s.} \vec{v}_n (\rho v_n dA)$$

$$AB: \rho u^2 dy$$

$$CD: \rho \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right)^2 dy$$

$$BC: \rho u v dx$$

$$AD: \rho \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dy \right) \left(v + \frac{\partial v}{\partial y} dx \right) dx$$

و این را

$$= \rho \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \right) dy + \rho \left(u + \frac{\partial u}{\partial y} dy \right)$$

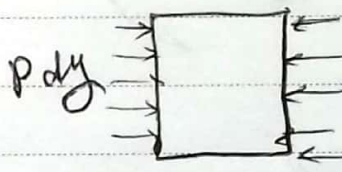
$$\left(v + \frac{\partial v}{\partial y} dy \right) dx - \rho u^2 dy - \rho uv dx =$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} dx dy + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} dx dy + \rho u \frac{\partial v}{\partial y} dx dy + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} dx dy$$

$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

$\Rightarrow$

$$= \left(\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx dy$$



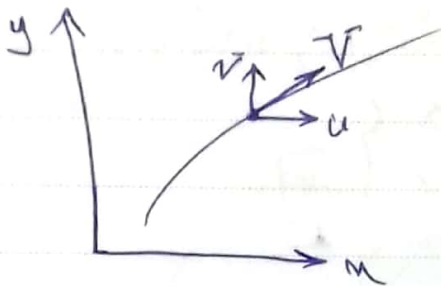
$$(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy \Rightarrow \int - \frac{\partial p}{\partial x} dx dy$$

در راستای x $\rightarrow -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}$ ***

در راستای y $\rightarrow -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g = u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}$ ***

$$\Rightarrow u, v, p$$

stream function



$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$V_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$$

$$V_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = \frac{-\frac{\partial \psi}{\partial x}}{\frac{\partial \psi}{\partial y}}$$

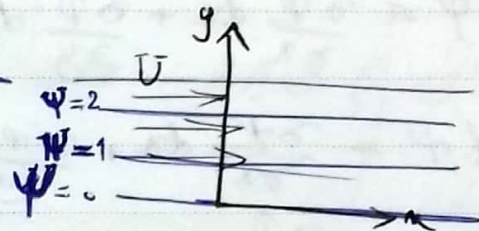
$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial y} dy + \frac{\partial \psi}{\partial x} dx = 0$$

جریان استوانه‌ای

$$\psi = Uy + \text{const}$$

$$\psi = 0 \rightarrow y = 0$$

$$\psi = 1 \rightarrow y = \frac{1}{U}$$



باز این تابع پتانسیل سرعت باید

$$\nabla^2 \phi = 0$$

داشته باشیم

وجود دارد

پتانسیل سرعت: $\phi(x, y)$

یک جریان پتانسیل سرعت ϕ در هر نقطه جریان برای آن وجود دارد

$$V_r = \frac{\partial \phi}{\partial r}$$

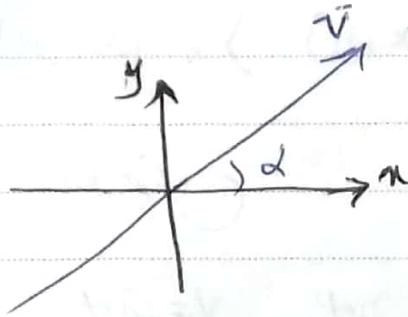
$$V_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}$$

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

$$\phi = Ux + \text{const}$$

برای مثال قبل:

پتانسیل سرعت و تابع جریان هم‌بهره هستند.



$$\begin{cases} U = V \cos \alpha \\ V = V \sin \alpha \end{cases}$$

~~$$\phi = V \cos \alpha \cdot y$$~~

~~$$\phi = V \sin \alpha \cdot x + V \cos \alpha \cdot y$$~~

$$\phi = Ux + Vy = V \cos \alpha \cdot x + V \sin \alpha \cdot y$$

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy = 0$$

$$0 = \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy = 0$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\phi=\text{const}} = - \frac{\frac{\partial \phi}{\partial x}}{\frac{\partial \phi}{\partial y}} = - \frac{u}{v}$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\phi=\text{const}} = \frac{\frac{\partial \psi}{\partial x}}{\frac{\partial \psi}{\partial y}} = \frac{v}{u}$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\phi=\text{const}} \times \left. \frac{dy}{dx} \right|_{\psi=\text{const}} = 1$$

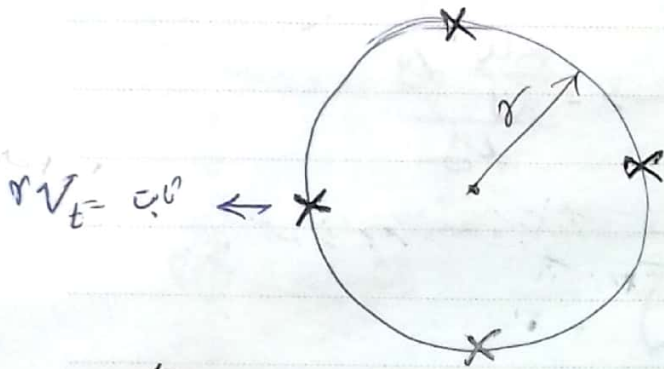
$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \rightarrow \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$$

مفهوم فیزیکی این عبارت آن است که ذره سیال در مدت حرکت در میدان جریان نمی چرخد؛ بنابراین معادله ۴-۶ کتاب شرط عدم چرخش برای جریان

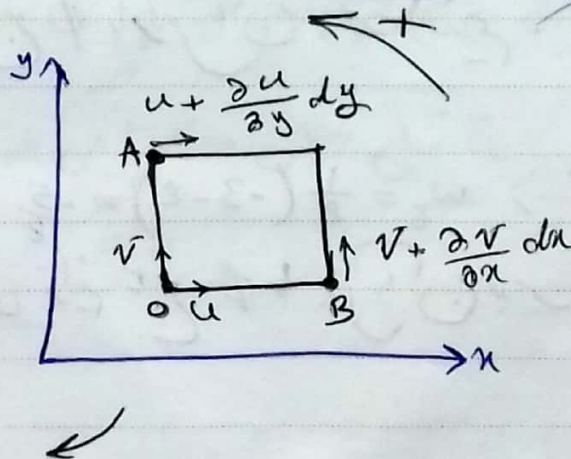
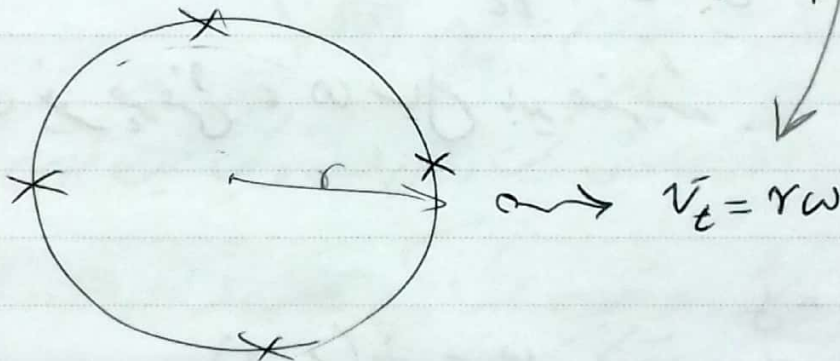
در بعد ناحیه می شود.



مثل پرنج و فنک

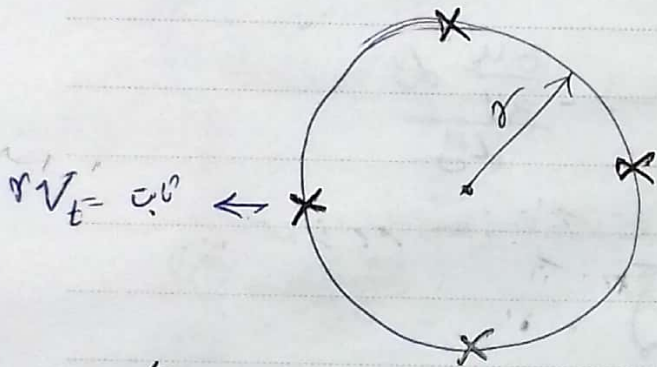
اگر جریان چرخش باشد؛ غیر از حرکت بالا حرکت می دیگر هم دارد. ~~این ذره~~ به دور خودش هم می چرخد. ~~در طرف چرخان~~ باز آب، آب هم به همراه

طرف می چرخد.



مفهوم فیزیکی این عبارت آن است که ذره سیال در مدت حرکت در میدان جریان نمی چرخد؛ بنابراین معادله ۶-۴ کتاب شرط عدم چرخش برای جریان

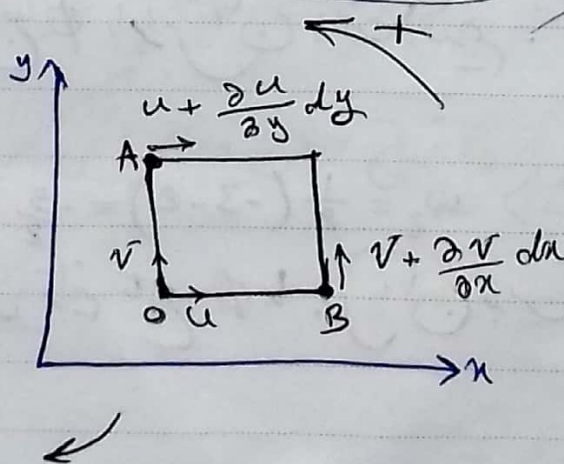
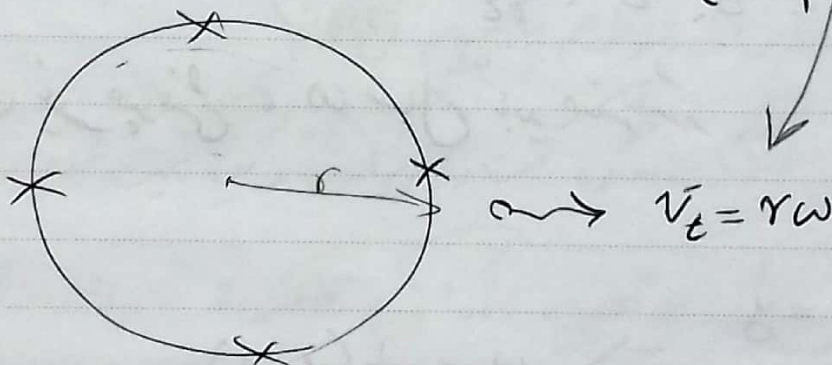
در بعد ناچیده می شود. ←



مثل چرخ و فلک

اگر جریان چرخش باشد؛ غیر از حرکت بالا حرکت چرخشی هم دارد. ~~اینکه ذره~~ به دور خودش هم می چرخد. ← وقت در طرف چرخان پیراز آب، آب هم به همراه

طرف می چرخد.



$$F_{\text{محصوس}} = \nabla^2 F = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}$$

با تعریف کند در سطح جزء سیال به عنوان متوسط چرخش در سطح $dx dy dz$ ، ω
سیال بدست می آید:

$$A \rightarrow \frac{\frac{\partial u}{\partial x} dx}{dx} \quad B \rightarrow - \frac{\frac{\partial u}{\partial y} dy}{dy}$$

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

$$\omega_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\theta)}{\partial r} - \frac{\partial c_r}{r \partial \theta}$$

* برای حرکت غیر چرخشی ، ω سیال باید صفر باشد.

مثال:

$$u = y$$

$$v = x$$

$$\Rightarrow \omega_z = \frac{1}{2} (1 - 1) = 0$$

می توانیم تابع ϕ را برای این بدست آوریم.

$$u = 2y$$

$$v = -3x$$

$$\Rightarrow \omega_z = \frac{1}{2} (-3 - 2) = -\frac{5}{2}$$

نی توانیم تابع ϕ را برای این بدست آوریم.

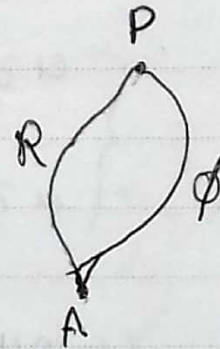
$$\int_{A \rightarrow P} \vec{v}_s \cdot d\vec{s} + \int_{P \rightarrow R} \vec{v}_s \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\int_{A \rightarrow P} \vec{v}_s \cdot d\vec{s} = \int_{A \rightarrow R} \vec{v}_s \cdot d\vec{s} = \phi$$

$$\delta\phi = \vec{v}_s \delta\vec{s} \rightarrow \vec{v}_s = \frac{\delta\phi}{\delta\vec{s}}$$

$$\vec{v}_s = 0, \quad \nabla\phi = 0$$

✓ ϕ و $\vec{v}_s$ بر هم عمودند.



* خطوط پائیلی ثابت را خطوط هم پائیلی می گویند.

* پائیلی سرعت به طور ساده یک کمیت ریاضی است و یک کمیت فیزیکی نیست که مستقیماً قابل اندازه گیری باشد و در محاسبات هندسی است. دلخواه انتخاب شود.

* تابع جریان در هر دو جریان غیر چرخشی یکبار برده می شود تنها در

جریان غیر چرخشی است که پائیلی سرعت معانیسی می نهد زیرا فقط در جریان

غیر چرخشی است که $\int_A^P \vec{v}_s \cdot d\vec{s}$ مستقل از مسیر باشد. به این علت که در جریان

غیر چرخشی جریان پائیلی می گویند.

$$\begin{cases} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} = v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_r}{r} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g \end{cases}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\begin{cases} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ u \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g \end{cases}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right) = u \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial v^2}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial u^2}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial v^2}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} (u^2 + v^2) = -\frac{1}{\rho} p + F_1(y) \\ \frac{1}{2} (u^2 + v^2) = -\frac{1}{\rho} p - gy + F_2(x) \end{cases}$$

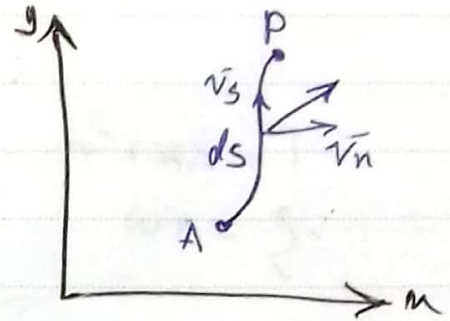
$$F_1(y) + gy = F_2(x) = C$$

$$u^2 + v^2 = V^2$$

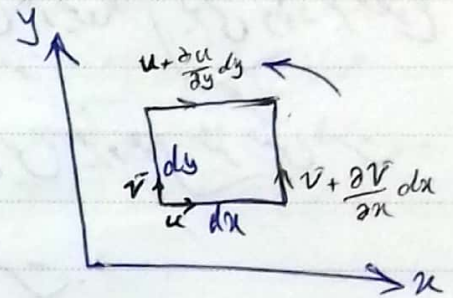
$$\frac{1}{2} V^2 + \frac{p}{\rho} + gy = C$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx dy$$

Circulation : (گھوملاسیون)



$$\Gamma = \oint \vec{v}_s ds = \oint u dx +$$



$$\Gamma = \oint \vec{v}_s ds = \int u dx + \int v dy - \int u$$

$$\Gamma = u dx + \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \right) dy - v dy - \left(u + \frac{\partial u}{\partial y} dy \right) dx =$$

$$= \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx dy$$

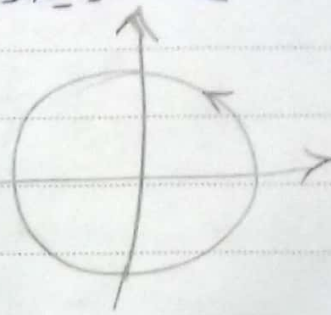
درتیبی () :

$$\zeta = \frac{\Gamma}{\text{مساحت}} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 2\omega$$

دایره شعاع r ← در تئیه و سیکلا سیر بدست آید.

$$\Gamma = 2\pi r^2 \omega$$

$$\vec{\omega} = r \omega$$

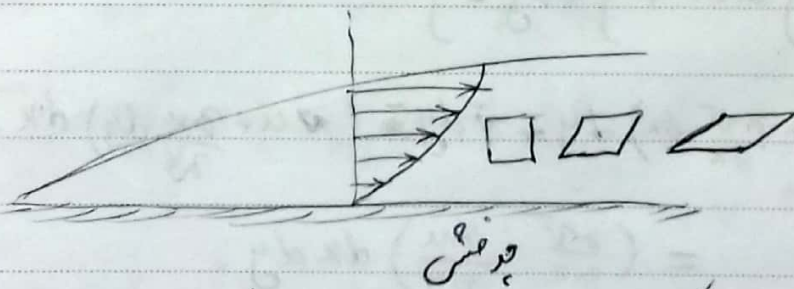


جریان غیر چرخشی؛ جریانی که در عبور سیال هندسی چرخش نداشته باشد.

* چرخش یک ذره سیال معمولاً ناشی از یک گستره ناشی از نیروها وارد بر سطوح

ذره می باشد. به هر حال در یک سیال ایده آل غیر لزج چرخش نیروها غیر ممکن است.

بنابراین جریان یک سیال ایده آل الزاماً غیر چرخشی است.



و قیچ جریان غیر چرخشی است؛ انگرال زیر مستقل از مسیر حرکت است.

$$\int \vec{v} \cdot d\vec{s}$$

معادله لاپلاس :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = 0$$

$$\nabla^2 \phi = 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

در مختصات قطبی

جریان ها :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = 0$$

✓ جریان استوانه ای
جریان همگردی
جریان دینامیک آزاد
جریان اطراف اجسام

گید پتانسیل این معادله :

$$\phi = m \ln r$$

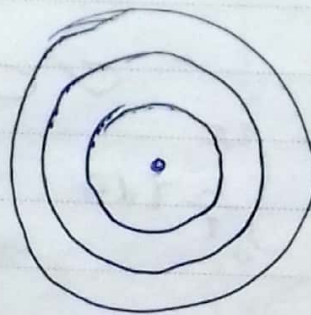
شدت منبع (source strength)

• خطوط جریان به ازای مقادیر مختلف ϕ :

$$r = \frac{1}{2}, 1, 2, 3$$

$$\frac{\phi}{m} = \dots$$

← جریان همگردی



Subject

Date

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = -\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}$$

$$\psi = m\theta + f(r) + c, \quad \psi = f(\theta) + c$$

$$\psi = m\theta + c$$

$$\theta = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$$

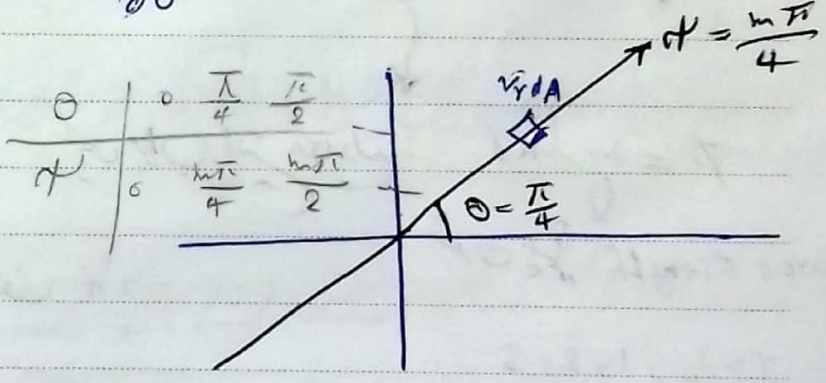
$$\psi = 0, \frac{m\pi}{4}, \frac{m\pi}{2}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = 0$$

$$\phi = m \ln r$$

$$v_r = \frac{m}{r}$$

$$v_\theta = 0$$



Let's find the stream function ψ for the flow field.

$$Q = \int v_r dA = \int_0^{2\pi} \frac{m}{r} r d\theta$$

$$Q = \int_0^{2\pi} m d\theta = 2\pi m$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}$$

جواب در معادله لایبلس:

$$\phi = -c\theta$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = r \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{c}{r}$$

$$\psi = F(r) + \text{ثابت}$$

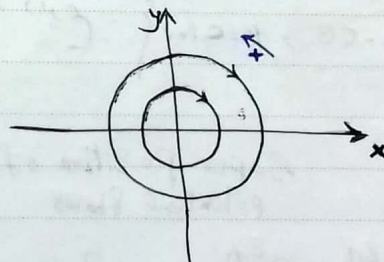
$$\psi = c \ln r + F(r) + \text{ثابت}$$

$$\psi = c \ln r + \text{ثابت}$$

جریان چرخشی آزاد، درخت آزاد (Free vortex)

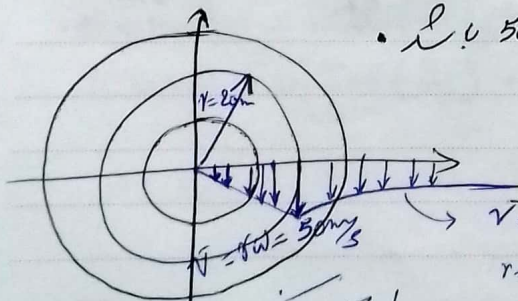
$$v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0, \quad v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -\frac{c}{r}$$

برای تمام r ثابت، c ثابت است.



مثال: یک گردباد ارتفاع 20m دارد. تخمین (مقدار) راد در میدان جریان.

گردباد پیدا کند اگر حداکثر سرعت باد 50 m/s باشد.



$$v = -\frac{c}{r} \rightarrow c = \sqrt{r} \rightarrow v = 50 \text{ m/s}$$

برای دافل می‌توانیم چون جریان چرخشی است از معادله اوپلر استفاده می‌کنیم.
و برل فارچ از می‌توانیم از معادله برنولی استفاده می‌کنیم.

0. معادله عدم چرخش $\rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = 0$$

$$\left\{ \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0 \right\}$$

نقشه این معادله برای پیدا کردن جریان های مختلف می تواند تعبیر شد: همانطور که

$$\phi = m \ln r, \quad \psi = m\theta$$

در جریان همبسته و چاه و جریان آزاد داریم.

$$\phi = -C\theta, \quad \psi = C \ln r$$

Super position of potential flows

ترکیب جریانهای پتانسیلی:

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial y^2} = 0$$

$$\rightarrow \frac{\partial^2 (\phi_1 + \phi_2)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 (\phi_1 + \phi_2)}{\partial x^2} = 0$$

سیران جریان جديد از ترکیب دو جریان سینر افنت و جریان میله و عماد:

$$\phi = Ux + m \ln r = U r \cos \theta + m \ln r$$

$$\psi = Uy + m\theta = U r \sin \theta + m\theta$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = V_r = U \cos \theta + \frac{m}{r}$$

$$V_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -U \sin \theta$$

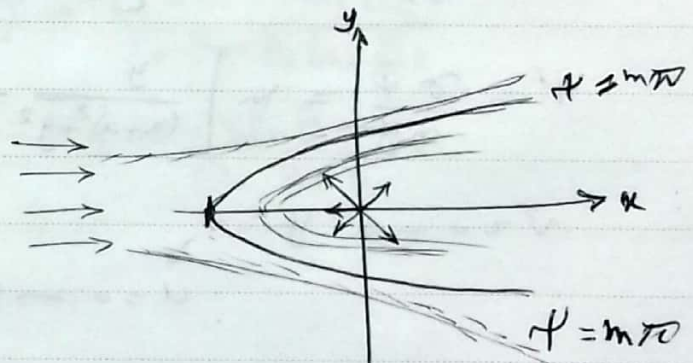
نقطه سکون ← V_r و V_θ منفر می شوند.

$$V_r = U \cos \theta + \frac{m}{r} = 0$$

$$\theta = \pi \quad \leftarrow \quad \theta = 0, \pi$$

$$r = \frac{m}{U}$$

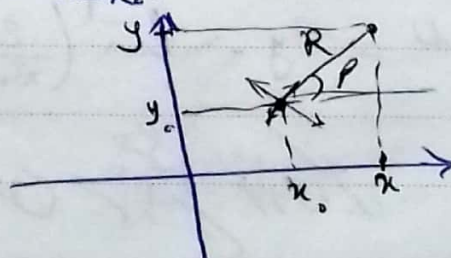
سیم جسم



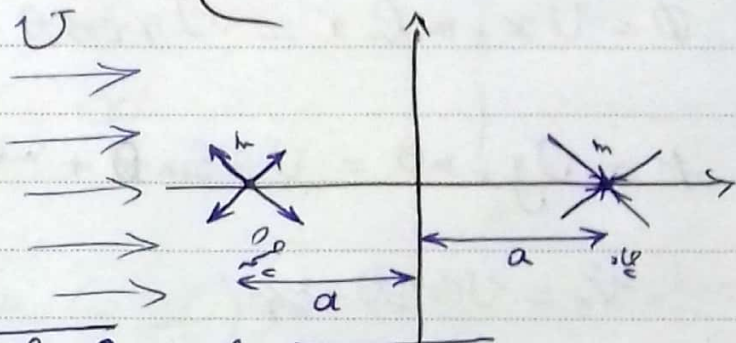
حال اگر سیم را در مبدأ مختصات نباشد:

$$\phi = m \ln r = m \ln \sqrt{x^2 + y^2} = m \ln \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$$

$$\psi = m\theta = m \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = m \tan^{-1}\left(\frac{y-y_0}{x-x_0}\right)$$



جریان اطراف جسم رانگش



$$\phi = Ua + m \ln \sqrt{(x+a)^2 + y^2} - m \ln \sqrt{(x-a)^2 + y^2}$$

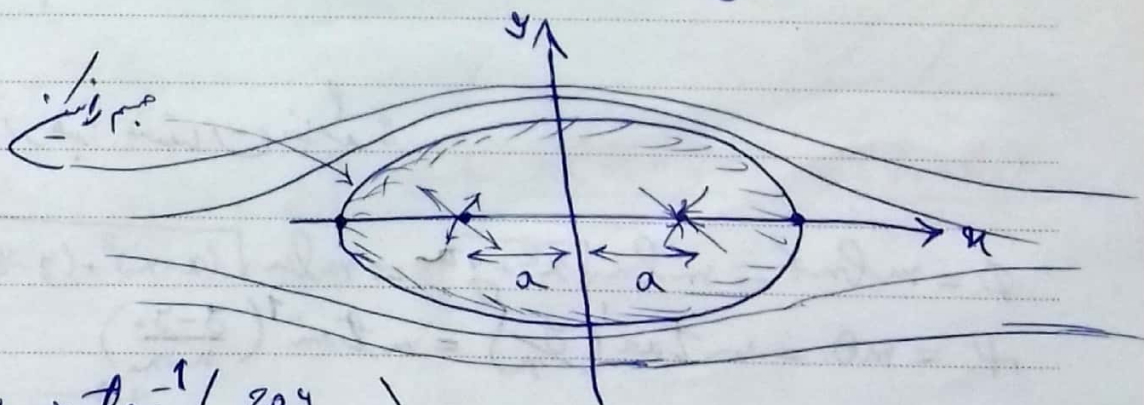
$$\psi = Uy - m \tan^{-1} \left(\frac{2ay}{x^2 + y^2 - a^2} \right)$$

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = U + m \left[\frac{x+a}{(x+a)^2 + y^2} - \frac{x-a}{(x-a)^2 + y^2} \right]$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = m \left[\frac{y}{(x+a)^2 + y^2} - \frac{y}{(x-a)^2 + y^2} \right]$$

$$v = 0 \rightarrow y = 0$$

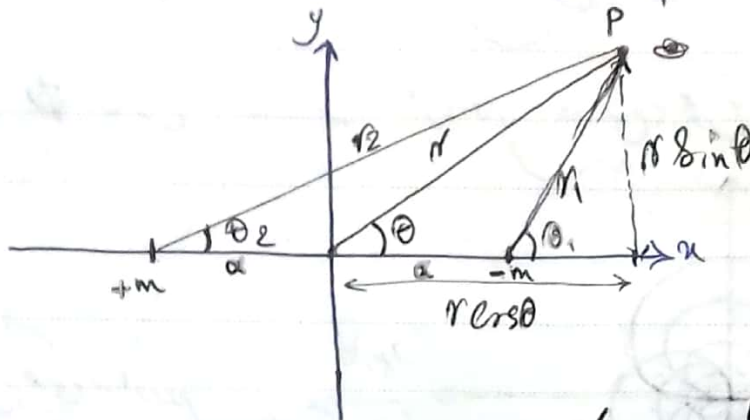
$$u = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{a^2 + \frac{2ma}{U}}$$



$$\psi = Uy - m \tan^{-1} \left(\frac{2ay}{x^2 + y^2 - a^2} \right)$$

$\psi = 0$ خط جریانی که بر روی جسم رانگش قرار می گیرد.

ترکیب یک چندویس چاه هم سطح: (دو قطبی - دایره)



$$\phi = \frac{m}{2\pi} \ln r$$

$$\psi = \frac{m}{2\pi} \theta$$

$$\psi = -\frac{m}{2\pi} (\theta_1 - \theta_2)$$

$$\tan\left(-\frac{2\pi\psi}{m}\right) = \tan(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\tan\theta_1 - \tan\theta_2}{1 + \tan\theta_1 \tan\theta_2}$$

$$\tan\theta_1 = \frac{r \sin\theta}{r \cos\theta - a}, \quad \tan\theta_2 = \frac{r \sin\theta}{r \cos\theta + a}$$

$$\tan\left(-\frac{2\pi\psi}{m}\right) = \frac{2ar \sin\theta}{r^2 - a^2}$$

$$\psi = -\frac{m}{2\pi} \tan^{-1}\left(\frac{2ar \sin\theta}{r^2 - a^2}\right)$$

$$\begin{aligned} a &\rightarrow 0 \\ m &\rightarrow \infty \\ \frac{ma}{\pi} &\rightarrow k \end{aligned}$$

$$\psi = -\frac{m}{2\pi} \frac{2ar \sin\theta}{r^2 - a^2} = -\frac{k \sin\theta}{r}$$

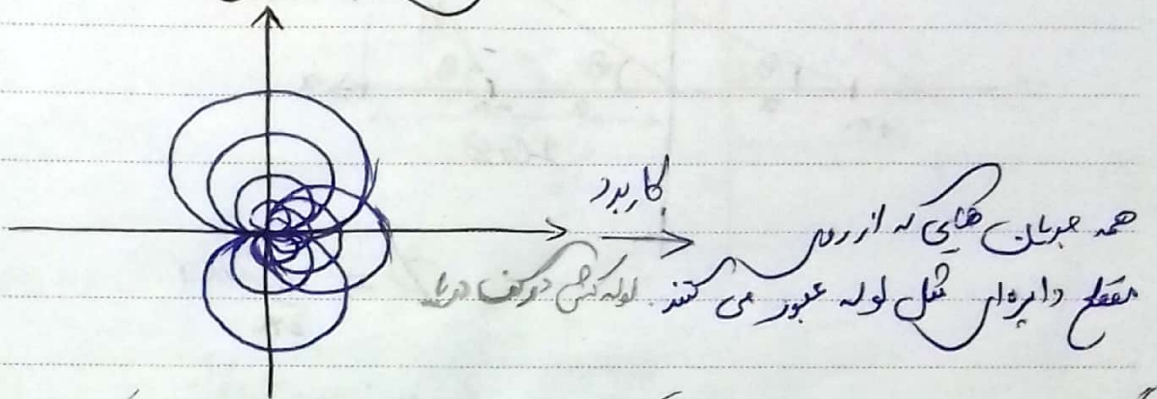
$$\frac{r}{r^2 - a^2} \rightarrow \frac{1}{r}$$

$$\phi = \frac{k \cos\theta}{r}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$$

خطوط ψ ثابت $\leftarrow$ دایره های همسان به محور x

خطوط ϕ ثابت $\leftarrow$ دایره های همسان به محصل

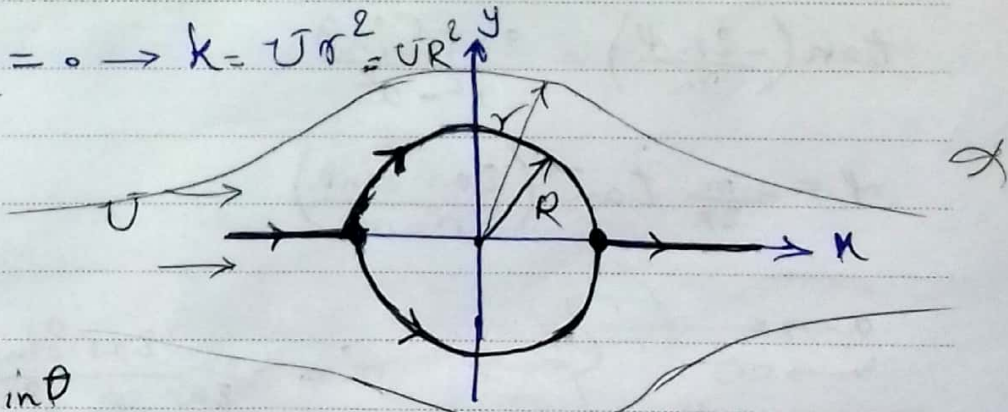


رابطه دو نقطه با جریان کینزراغنه برابر مد ساز جبهه دایره ای :

$$\psi = U r \sin \theta - \frac{k \sin \theta}{r} = \left(U - \frac{k}{r^2} \right) r \sin \theta = 0$$

$$\phi = U r \cos \theta + \frac{k \cos \theta}{r}$$

$$U - \frac{k}{r^2} = 0 \rightarrow k = U r^2 = U R^2$$



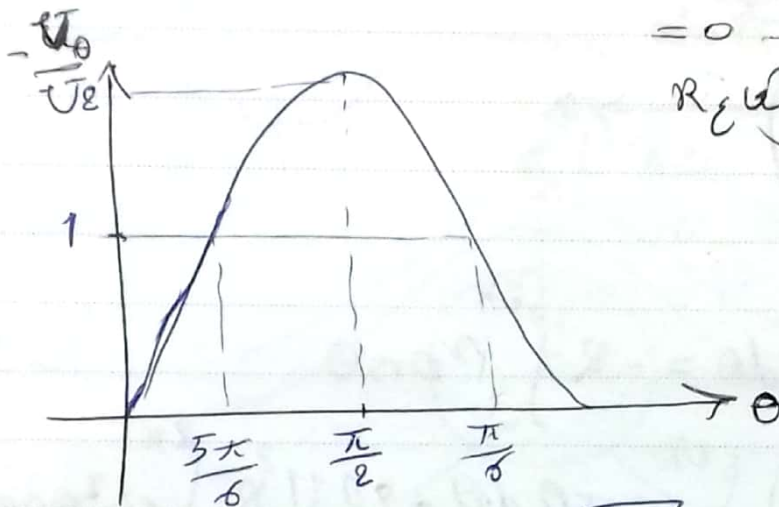
$$\psi = U r \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \sin \theta$$

$$\bar{v}_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = U \cos \theta \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \stackrel{R=r}{=} 0$$

جریان پتانسیل است و سرعت در دیواره صفر است.

$$v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -U \sin \theta \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \bigg|_{r=R} = -2U \sin \theta$$

↓ $\theta = 0, \pi$

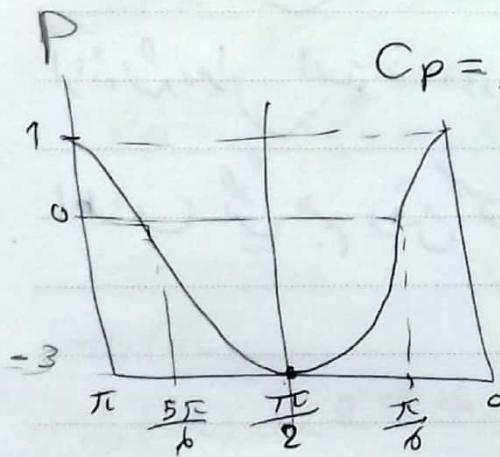


دو نقطہ اور میدان بار کے شعاع R

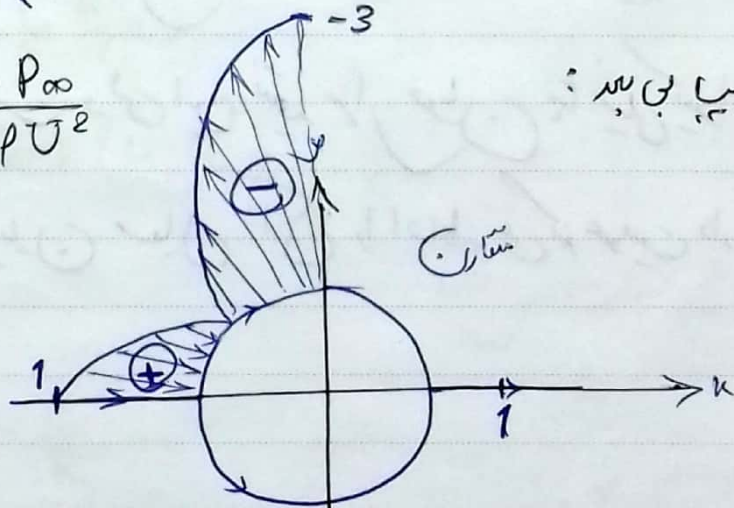
توزیع فشار از معادله برنولی پرست میں اکھٹے:

$$\frac{1}{2} v^2 + \frac{p}{\rho} + g y = \frac{1}{2} U^2 + \frac{p_\infty}{\rho} + g y$$

$$p = p_\infty + \frac{\rho}{2} (U^2 - v^2)$$



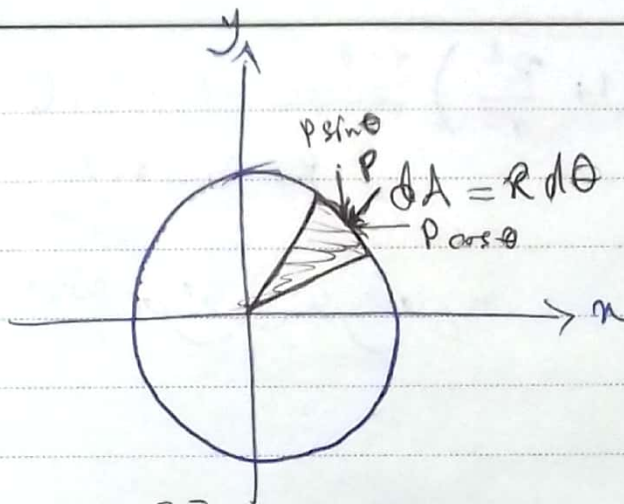
$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U^2}$$



$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U^2} = \frac{\frac{\rho}{2} (U^2 - v^2)}{\frac{1}{2} \rho U^2} = 1 - \frac{v^2}{U^2}$$

→ $C_p = 1 - 4 \sin^2 \theta$

$v^2 = v^2 + u^2 = v_\theta^2 = 4U^2 \sin^2 \theta$



$$F_x = - \int_0^{2\pi} p \cos \theta R d\theta = -R \int_0^{2\pi} p \cos \theta$$

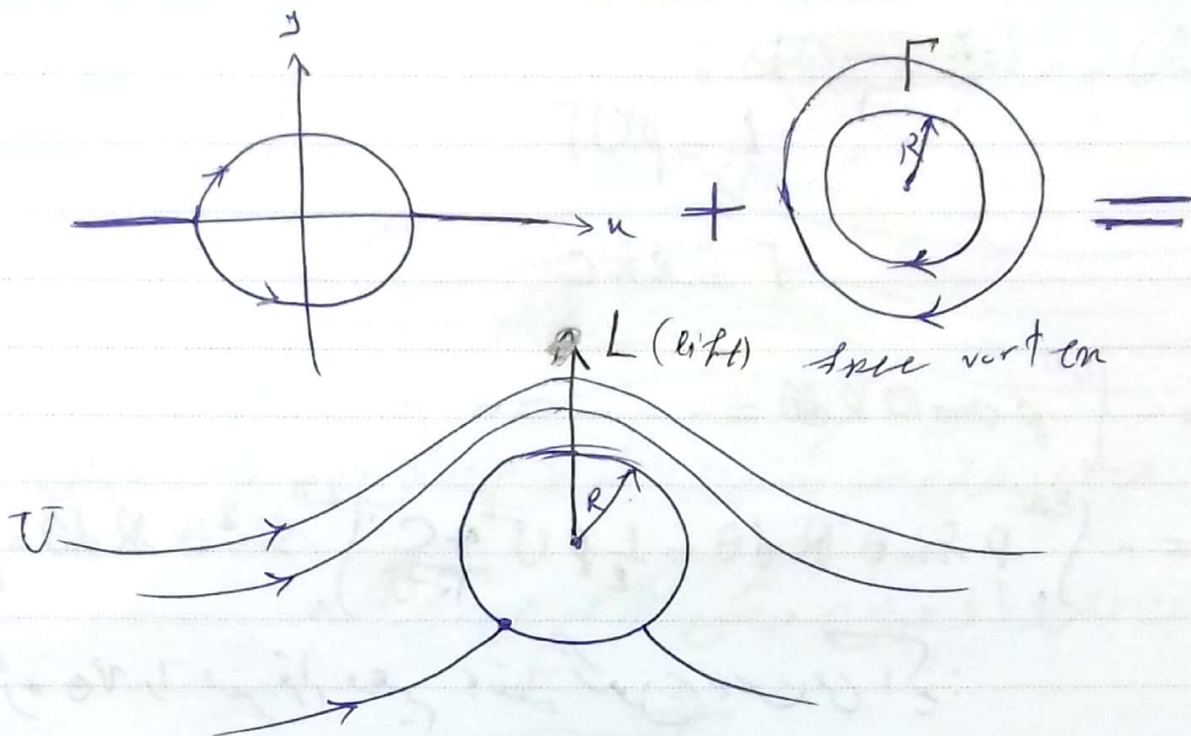
$$= -R \left(p_\infty + \frac{\rho}{2} U^2 \right) \int_0^{2\pi} \cos \theta d\theta + 2\rho U^2 R \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta \cos \theta d\theta = 0$$

$$F_y = -R \left(p_\infty + \frac{\rho}{2} U^2 \right) \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta + 2\rho U^2 R \int_0^{2\pi} \sin^3 \theta d\theta = 0$$

بنابراین نیروی یک طرفه جسم استوانه‌ای توسط سیال منفرد است. اگر چه مطالب

ارائه شده برای استوانه مدور است ولی این نتیجه برای جریان پتانسیل نیز صادق

است. این نتیجه هم وقتی که جریان سیال آبی را احاطه می‌کند عمومی دارد.



$$\phi = U r \cos \theta + U \frac{R^2}{r} \cos \theta - c \theta$$

$$\psi = U r \sin \theta - U \frac{R^2}{r} \sin \theta + c \ln r$$

$$v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = U \cos \theta \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right)$$

$$v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -U \sin \theta \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) - \frac{c}{r}$$

توزیع سرعت در دایره:

$$v_r(R) = 0$$

$$v_\theta(R) = -2U \sin \theta - \frac{c}{R}$$

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U^2} = 1 - \frac{v^2}{U^2} = \left[1 - \left(2 \cos \theta + \frac{c}{RU} \right)^2 \right]$$



$$\Gamma = \oint v ds = \int_0^{2\pi} \left(-2U \sin \theta - \frac{C}{R} \right) R d\theta = 2\pi C$$

~~$L = \rho U \Gamma$~~

$$L = \rho U \Gamma$$

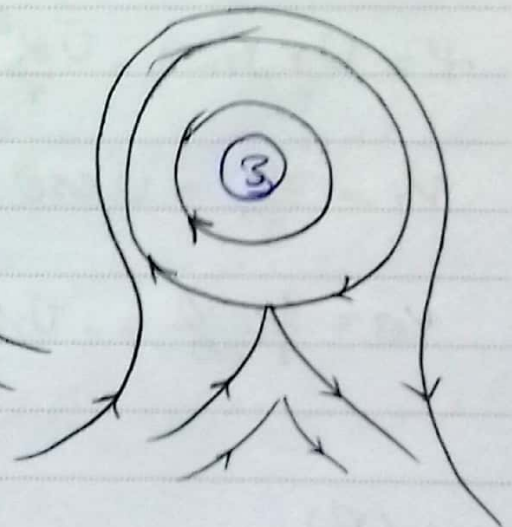
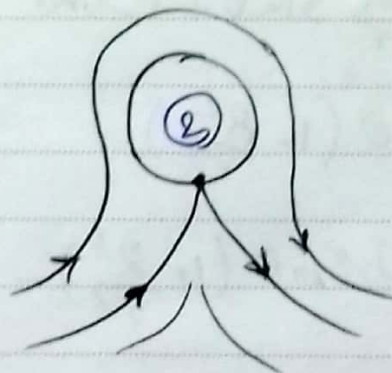
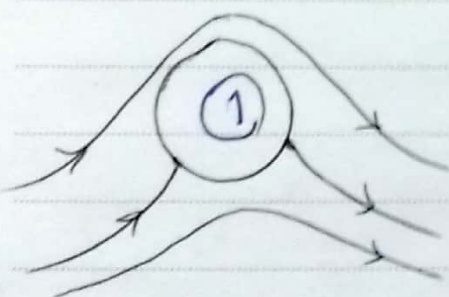
$$\Gamma = 2\pi C$$

$$F_x = - \int_0^{2\pi} p \cos \theta R d\theta = - \dots = 0$$

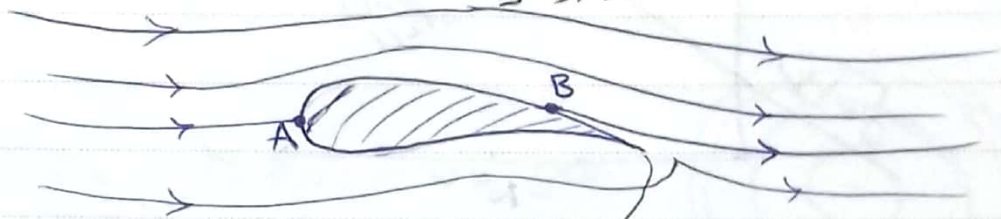
$$F_y = - \int_0^{2\pi} p \sin \theta R d\theta = \frac{1}{2} \rho U^2 \frac{4C}{RU} \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta R d\theta = \rho U (2\pi C)$$

آزاد، v_θ را مندر قرار دهید؛ نقطه گریز پس می آید:

$$-2U \sin \theta - \frac{C}{R} = 0 \rightarrow \sin \theta = -\frac{C}{2UR} = -\frac{\Gamma}{4\pi UR}$$

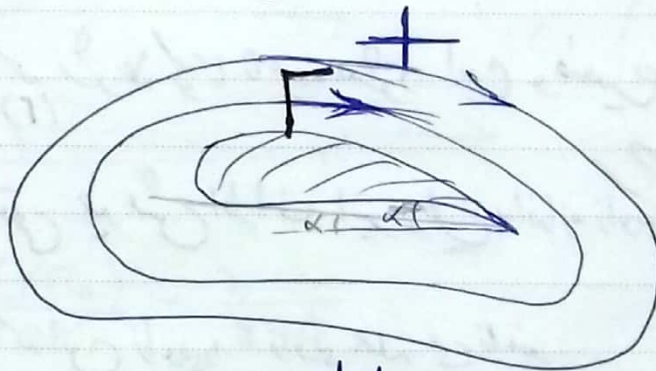


(۴۴) در بر روی این فویل ها :
 هدیر در فویل

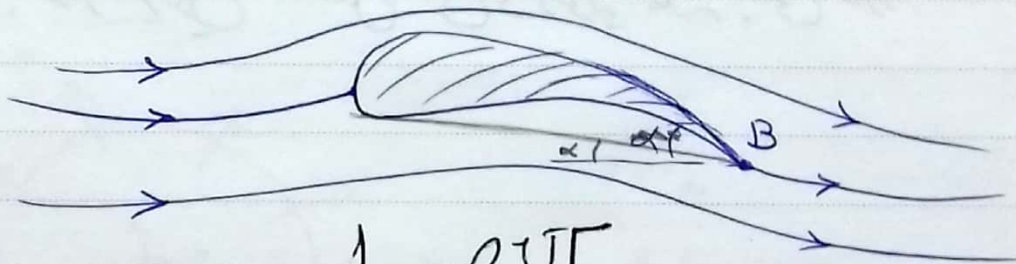


باید سرعت در این نقطه بی نهایت باشد اما این امکان پذیر نیست. بنابراین

این حالت را با جریان درگس آزاد جمع می زنیم :



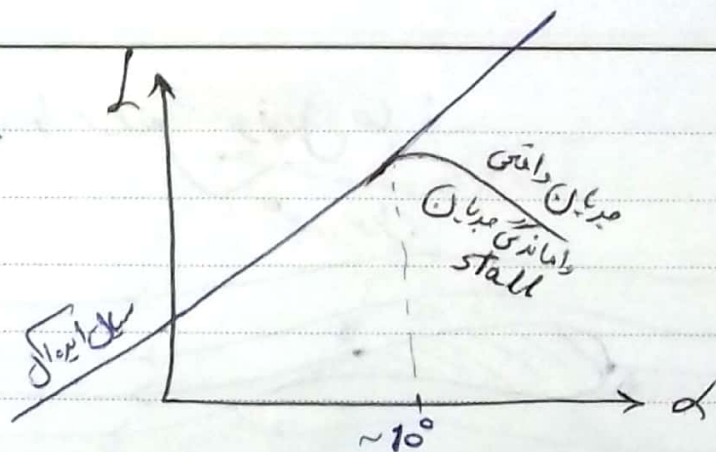
||



$$L = \rho U \Gamma$$

* بار سیال ایده آل ، هدیه زاویه را بگیریم ، مقدار Γ را افزایش می دهیم تا این قانون

در زاویه کوچک (15°) بار سیال حاصل واقعی هم قابل استفاده است .



نظریه کوتاه: ایرفویل واقعی چرخش را سیرکولاسیون للزم دارد به طوریکه غما

میدان $C_L = 0$ ایرفویل را دقیقاً در لبه انتهای مطابق شکل ترک نماید.

مقدار خاص از C_L که شرط کوتاه نامیده میشود این وضعیت را برپا میدارد.

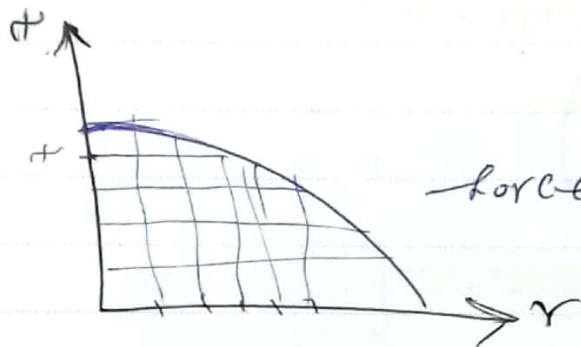
در یک جریان واقعی چرخش اطراف ایرفویل به اندازه زاویه کرلیک α نسبت به زاویه

ایجاد می گردد که این زاویه را، زاویه حمله می نامند.

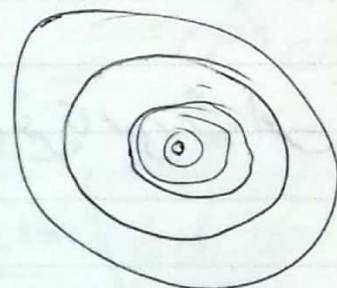
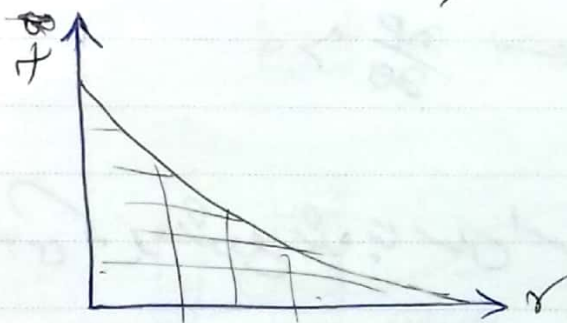
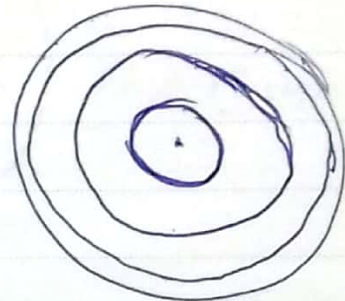
مقدار α به اندازه ایرفویل، شکل آن و زاویه حمله بستگی دارد.

(2) 1: TA

$$\psi = 6, 6.25, 6.5, 6.75, 7, 7.5$$



force vortices

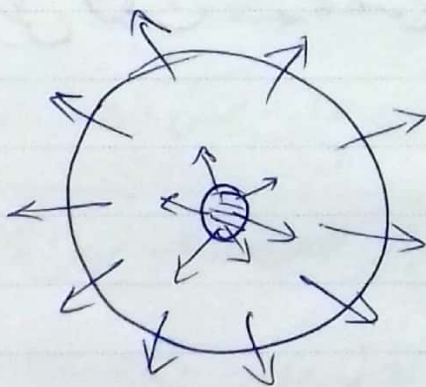


$$\omega = \frac{\partial(rC_\theta)}{r\partial r} - \frac{\partial C_r}{r\partial \theta}$$

(-)

(+)

$$\Delta P_{1,2} = \dots$$

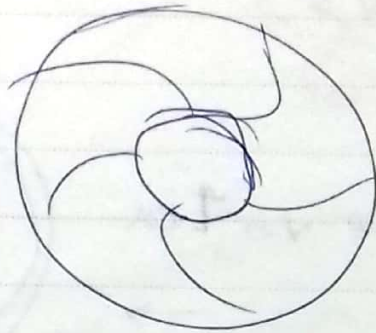


$$\frac{rC_\theta}{2.5}$$

$$\Delta(\text{کنترل}) = \dot{m} ((rC_\theta)_2 - (rC_\theta)_1)$$

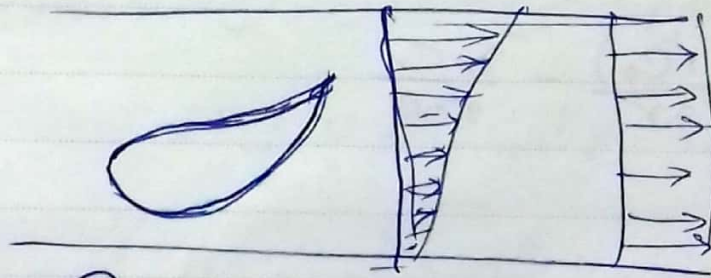
$$\Delta(\dots) > 0$$

خط جریان در حالیکه در هم دارست بایدیم



کار: $\frac{dp}{2\theta} > 0$ ← کار انجام می دهد

2- تا جایی که این شروع نگردد پتانسیل است و بعد از آن غیر پتانسیل شده است.

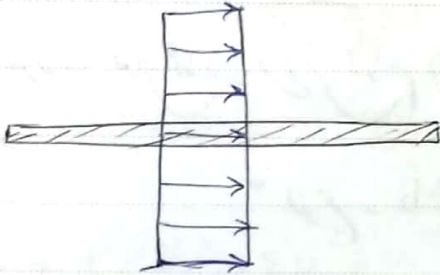


افزایش شدت ← کاهش فشار ← فقط در نواحی که جریان پتانسیل است

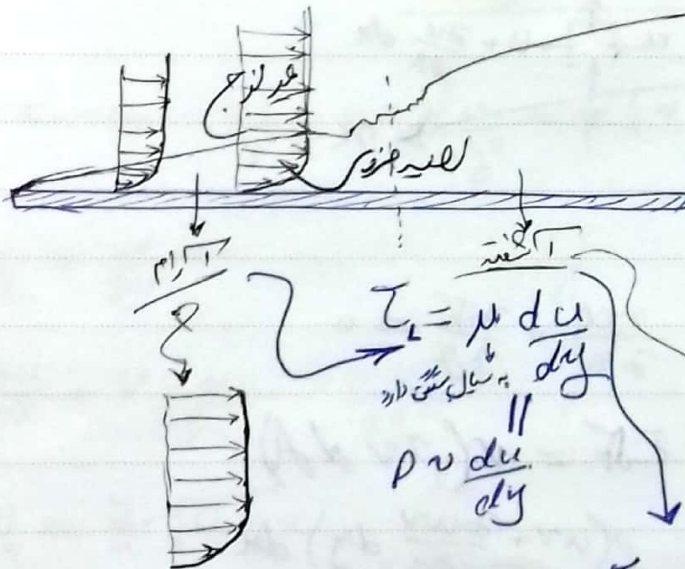
فصل ۸ : لایه مرزی

شرایط عدم لغزش : سیال بر روی سطح جامد نمی تواند بلغزد و سرعت صفر است.

جریان غیر لایه :



سیال واقعی :



$$D = \int z dx b$$

$$\tau_z = \mu \frac{du}{dy}$$

$$\rho v \frac{du}{dy}$$

$$\tau_z = \rho \epsilon \frac{d\epsilon}{dy}$$

که لزجت کمره دایره به علاوه بر سیال به جریان بستگی دارد.

* در لایه مرزی الکته معمولاً لزجت کمره دایره چند صد برابر لزجت در لایه مرزی آرام است.

$$R_n = \frac{\rho U L}{\mu} \quad , \quad R_{nc} = 5 \times 10^5$$

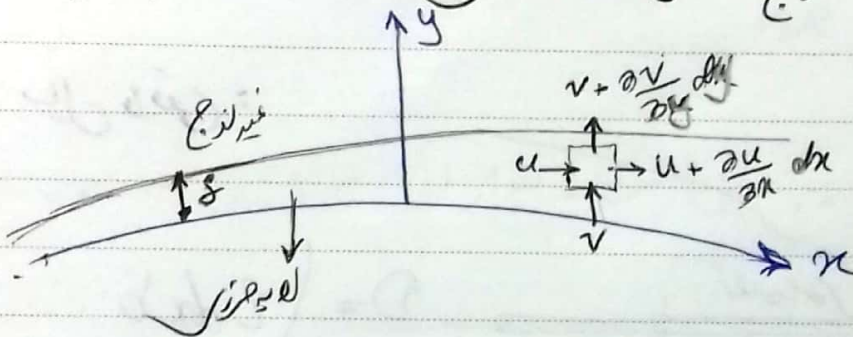
مثال: جریان هوا با دما 30°C و سرعت 30% از دما عبور می کند.

α جراین را بدست آورید:

$$5 \times 10^5 =$$

معادلات حرکت برای لایه مرز آرام (لایه مرز)

↓ لزج - دائمی - دو بعدی - دما ثابت - تراکم ناچیز



① پیوستگی $\rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

② اندازه گیری $\rightarrow \sum \vec{F} = \vec{v}(\rho v dA)$

$$\rho(uv + \frac{\partial uv}{\partial y} dy) dx$$

$$\rho u^2 dy \rightarrow \rho(u^2 + \frac{\partial u^2}{\partial x} dx) dy$$

$$\rho uv dx$$

$$\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx$$

$$p dy \rightarrow (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy$$

$$\mu \frac{\partial u}{\partial y} dx$$

$$\sum F_n = p dy - (p + \frac{\partial p}{\partial n} dn) dy - \mu \frac{\partial u}{\partial y} dn$$

$$+ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} dy \right) dx = \left(-\frac{\partial p}{\partial n} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) dn dy *$$

$$\text{نقطه } \rightarrow \rho(u dx + \frac{\partial u v}{\partial y} dy) dx + \rho(u^2 + \frac{\partial u^2}{\partial n} dn) dy$$

$$- \rho u^2 dy - \rho u v dn = \rho \left(\frac{\partial u v}{\partial y} + \frac{\partial u^2}{\partial n} \right) dn dy =$$

$$\left[\left(u \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + u \frac{\partial u}{\partial n} \right] \rho dn dy = \rho \left(v \frac{\partial u}{\partial y} + u \frac{\partial u}{\partial n} \right) dn dy **$$

$$*, ** \rightarrow -\frac{\partial p}{\partial n} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \rho \left(v \frac{\partial u}{\partial y} + u \frac{\partial u}{\partial n} \right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

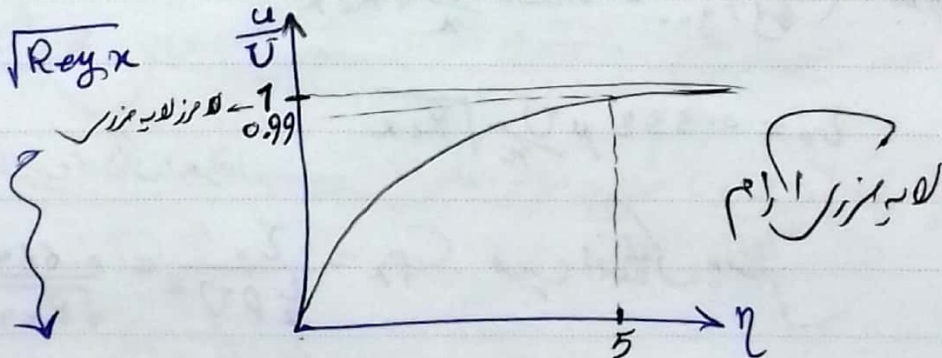
$$u \frac{\partial u}{\partial n} + v \frac{\partial u}{\partial y} = v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

}

بلایزیس

$$\eta = \frac{y}{x} \sqrt{Re_x}$$

$$Re_x = \frac{\rho U_\infty x}{\mu}$$

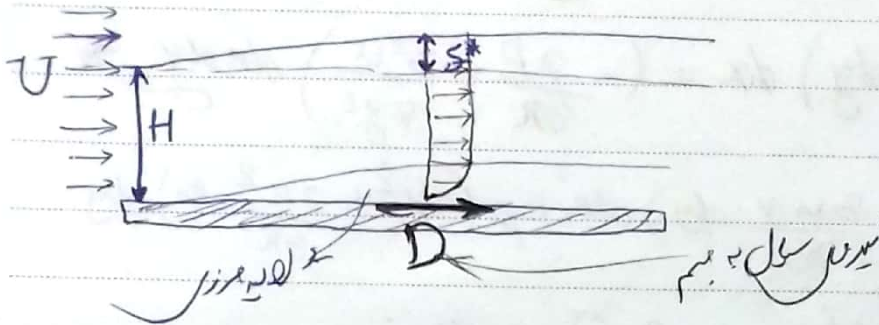


$$\frac{y}{x} \sqrt{Re_x} = 5$$

$$\delta = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}} \checkmark$$

$$\frac{\rho U_{\infty}^2}{2} \frac{d}{dx} \left(\int_0^{\delta} \frac{u}{U_{\infty}} \left(\frac{u}{U_{\infty}} - 1 \right) dy \right) = - \frac{\tau_w}{2}$$

ضخامت جابه جایی :



$$UH = \bar{U} \delta^* + U(H - \delta) + \int_0^{\delta} u dy$$

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy = \frac{1.73x}{\sqrt{Re_x}}$$

ضخامت لایه مرزی :

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = 0.332 \frac{U}{x} \sqrt{Re_x}$$

$$\tau_0 = 0.332 \mu \frac{U}{x} \sqrt{Re_x}$$

$$C_{fx} = \frac{\tau_0}{\frac{1}{2} \rho U^2} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}$$

$$D = \int_0^L \tau_0 b dx = \dots = \frac{0.664 b \rho U^2 L}{\sqrt{Re_L}}$$

$$C_{Df} = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U^2 b L} = \frac{1.328}{\sqrt{Re_L}}$$

مثال: یک مدل هواپیمای در هوا با فشار اتمسفر و سرعت 1.5 m/s حرکت می کند.
 با فرض اینکه بال‌ها را به صورت صفحات تخت با ابعاد 10 و 25 cm می توان در
 نظر گرفت. می‌توانید C_D را در انتهای بال و نیروی پیکان‌دهنده را در بال
 (در هر حواله 10° است).

$$\rho = \frac{1.24 \text{ kg}}{\text{m}^3} \quad \nu = 1.42 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \rightarrow Re_{10\text{cm}} = 10563$$

$$4.86 \text{ mm} \quad \rightarrow \quad C_D^* = 1.09 \text{ mm}$$

بار دو طرف بال $\rightarrow$

$$C_D = 2$$

$\downarrow$
 $\times 2$ یادداشت

$$D = 8.8 \times 10^{-6} \text{ m}$$

اگر C_D داده شده باشد $\times 2$ شود.

مثال: یک مدل هیدروفونیل قایق در شرایط پرواز با سرعت 5 m/s حرکت می کند.

ابعاد هیدروفونیل $4 \times 10 \text{ in}$ است. ضخامت بال C_D و نیروی پیکان‌دهنده را

برای آن در دو مثال قبل مقایسه کنید.

$D \uparrow$

$\downarrow C_D^*$

Subject _____
Date _____

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = \mu \frac{U_\infty}{\delta}$$

$$u = \frac{U_\infty y}{\delta} \quad \leftarrow \quad \frac{u}{U_\infty} = \frac{y}{\delta} \quad \rightarrow \quad \text{توزیع خطی برآ} \quad \begin{array}{|c|} \hline \text{Diagram of a linear velocity profile from } y=0 \text{ to } y=\delta \text{ with } u=0 \text{ to } u=U_\infty. \\ \hline \end{array}$$

$$\rho U_\infty^2 \frac{d}{dx} \int_0^\delta \left(\frac{y}{\delta} - \frac{y^2}{2\delta} \right) dy = -\mu \frac{U_\infty}{\delta}$$

$$\delta d\delta = \frac{6\mu dx}{\rho U_\infty} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \delta=0 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow \delta = \frac{3.46x}{\sqrt{Re_x}}$$

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U_\infty} \right) dy = \dots = \frac{1.73x}{\sqrt{Re_x}} \quad \text{5x}$$

$$C_{fx} = \frac{\tau_0}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = \frac{0.578}{\sqrt{Re_x}}$$

مثال 8-3 کتاب:

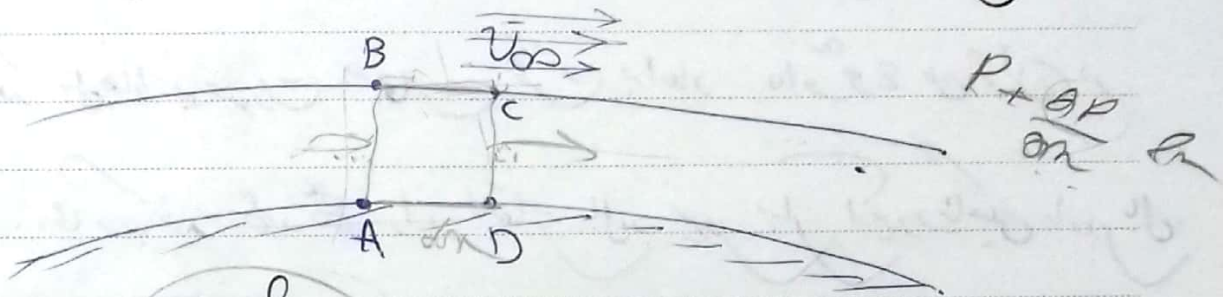
سرعت 5 م/ث

$$\frac{u}{U_\infty} = 2\frac{y}{\delta} - 2\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 + \left(\frac{y}{\delta}\right)^4$$

تیمار این توزیع سرعت را با توزیع سرعت خطی مقایسه کنید.

مثال قبلی
عمل شود

روغن انحراف ای انداز: حرکت: روغن و کار



$$AB: \rho \int_0^{\delta} u dy$$

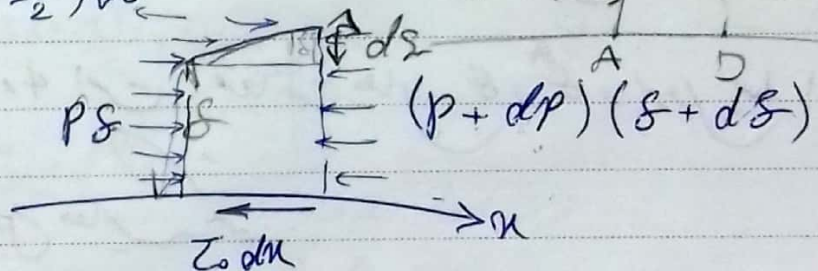
$$CD: \rho \left[\int_0^{\delta} u dy + \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^{\delta} u dy \right) dx \right]$$

$$BC: \rho \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^{\delta} u dy \right) dx$$

$$\sum F_x = \int_{C.S.} v_x (\rho v dA) = -\rho \int_0^{\delta} u^2 dy + \rho \left[\int_0^{\delta} u^2 dy + \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^{\delta} u^2 dy \right) dx \right] + (p + \frac{dp}{2}) d\delta$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^{\delta} u^2 dy \right) dx + \rho U_{\infty} \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^{\delta} u dy \right) dx = -\rho \int_0^{\delta} u^2 dy + \rho \left[\int_0^{\delta} u^2 dy + \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^{\delta} u^2 dy \right) dx \right] + (p + \frac{dp}{2}) d\delta$$

$$(p + \frac{dp}{2}) d\delta$$



$$\rho \frac{d}{dx} \left(\int_0^{\infty} u^2 dy \right) - \rho U_{\infty} \frac{d}{dx} \left(\int_0^{\infty} u dy \right) = -\rho \frac{dp}{dx} - \tau_0$$

$$\begin{cases} y=0 \\ u=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=\delta \\ u=U_{\infty} \end{cases}$$

لایہ مزور افقہ در یک ہفتہ قوت :

برایک جہاز افقہ می توانیم غنیہ رابطہ از داشتہ باشیم :

$$\frac{u}{U_{\infty}} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/4}$$

بلایز : $\frac{\tau_w}{\rho U_{\infty}^2} = 0.0225 \left(\frac{v}{U_{\infty} \delta}\right)^{1/4}$

$$-\rho U_{\infty}^2 (0.0225) \left(\frac{v}{U_{\infty} \delta}\right)^{1/4} = \rho U_{\infty}^2 \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \left(\frac{y}{\delta}\right)^{3/4} dy$$

$$-\rho U_{\infty}^2 \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/4} dy$$

$$\frac{4}{5} \delta^{5/4} = 0.28 \left(\frac{v}{U_{\infty}}\right)^{1/4} x + C_1$$

$$\begin{cases} \delta = 0 \\ x = 0 \end{cases} \longrightarrow \delta = \frac{0.37x}{\sqrt[5]{Re_x}}, \quad \delta^* = \frac{\delta}{8} = \dots$$

بلایز $\longrightarrow \tau_w = \frac{0.029 \rho U_{\infty}^2}{\sqrt[5]{Re_x}}, \quad C_{fx} = \frac{0.058}{\sqrt[5]{Re_x}}$

$$C_{Df} = \frac{0.072}{\sqrt[5]{Re_L}} \longrightarrow C_{Df} = \frac{0.074}{\sqrt[5]{Re_L}}$$

سوال 4-8 - کیا عواہما درعواہا بافتلار اتمسفر با سرعت 150 fps پرواز

می کنند. با فرض اینکه این کار را می توان مانند منجر در نظر گرفت: بالله

منیر ریل یافتہ از جلوں ^{لالہ} یال، معاصیہ سیدہ و ^و در انتہای ^{لالہ} یال و

پہاں اصطلاح کی پوسٹر کل بال با فرض ایسہ بال بہ ابعاد 5 و 40 نوع اس

(دما هوا 40°F)

الحمد لله على ما قد فعل

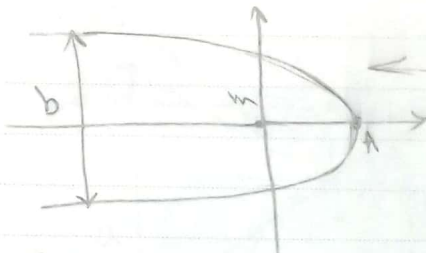
$$C_D = C_{Dt} - \frac{1700}{Re_f} \quad 5 \times 10^5 < Re_2 < 10^7$$

البطرس بن ابراهيم - القيسية

$$C_{DF} = \frac{0.455}{(1.9 Re_L)^{2.58}} - \frac{1700}{Re_L} \quad 5 \times 10^5 < Re_L < 10^9$$

Subject _____
Date _____

baycott



وال 21.7

$$\psi = -U_{\infty}y + \frac{m}{2\pi}\theta$$

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 = -U_{\infty}\hat{i} + \left(\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)\hat{e}_r + \left(-\frac{r\psi}{\partial r}\right)\hat{e}_{\theta}$$

$$\vec{V} = -U_{\infty}\hat{i} + \frac{m}{2\pi r}\hat{e}_r$$

$$V_A = 0 \rightarrow \left(-U_{\infty} + \frac{m}{2\pi r}\right)\hat{i} = 0 \rightarrow r = r_A = \frac{m}{2\pi U_{\infty}}$$

$$\psi = -U_{\infty}y + \frac{m}{2\pi}\theta$$

$$\psi_A = 0 \rightarrow -U_{\infty}y + \frac{m}{2\pi}\theta = 0 \rightarrow y = \frac{m}{2\pi U_{\infty}}\theta$$

$$r = \left(\frac{m}{2\pi U_{\infty}}\right)\pi$$

$$\theta = \pi \rightarrow \theta = \pi$$

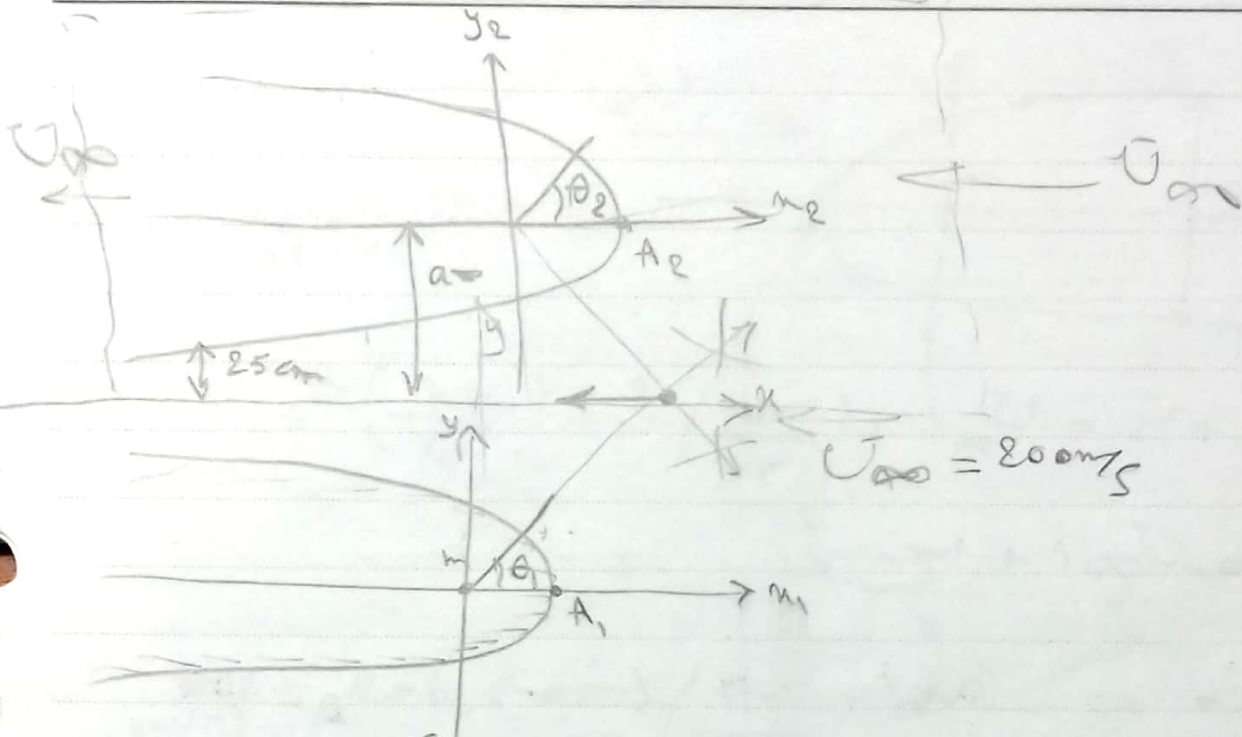
$$b = r \rightarrow r \rightarrow \infty \rightarrow \theta = \pi$$

$$\frac{b}{2} = y$$

$$\psi = 0 \rightarrow +U_{\infty} \times \frac{b}{2} = \frac{m}{2\pi}\pi \rightarrow b = \frac{m}{U_{\infty}}$$

ردیفی کسر:

3

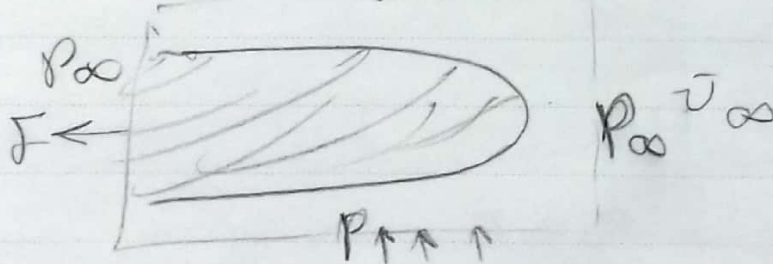


$$\psi = -U_{\infty}y + m\theta_1 + m\theta_2$$

$$\vec{v} = -U_{\infty}\hat{i} + \left(\frac{m}{r_1}\right)\hat{e}_{r_1} + \left(\frac{m}{r_2}\right)\hat{e}_{r_2}$$

$$p - p_{\infty} = \frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2 \left(1 - \frac{v^2}{U_{\infty}^2}\right)$$

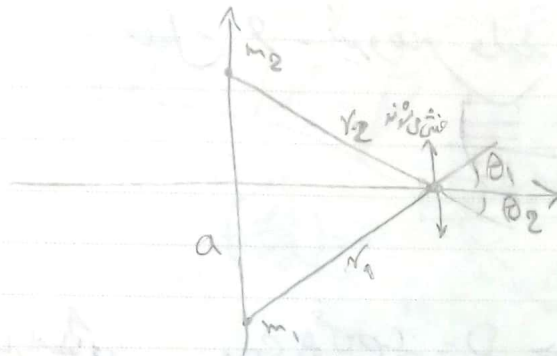
$$\vec{F} = \int_{p_{\infty}} \rho \vec{v} (v_i dA) = \int (\rho U_{\infty}^2 + \rho U_{\infty}^2) \hat{i} dA = 0 \quad \leftarrow \text{مجموعه از } \infty, \infty, \infty, \infty$$



$$F = F_1 + \int -p \hat{n} dA = F_1 + \int (p - p_{\infty}) \hat{j} dm = 0$$

$$F_1 = -\frac{\rho U_{\infty}^2}{2} \hat{j} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 - \frac{v^2}{U_{\infty}^2}\right) dm \quad \leftarrow \text{مجموعه از } \infty, \infty, \infty, \infty$$

Subject _____
Date _____



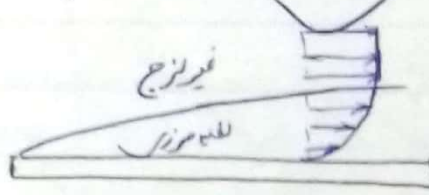
$$m = a \cot \theta_1 \rightarrow dm = -$$

$$\vec{V} = -U_{\infty} \hat{i} + \frac{m}{r_1} \hat{e}_{r_1} + \frac{m}{r_2} \hat{e}_{r_2} = -U_{\infty} \hat{i} + \left(\frac{m}{r_1} + \frac{m}{r_2} \right) \cos \theta_1 \hat{i}$$

$$\vec{V} = -U_{\infty} \hat{i} + \frac{2m}{a} \sin \theta_1 \cos \theta_1 \hat{i} = \left(-U_{\infty} + \frac{m}{a} \sin 2\theta \right) \hat{i}$$

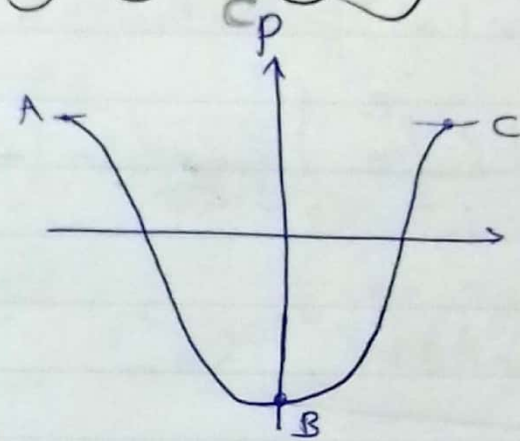
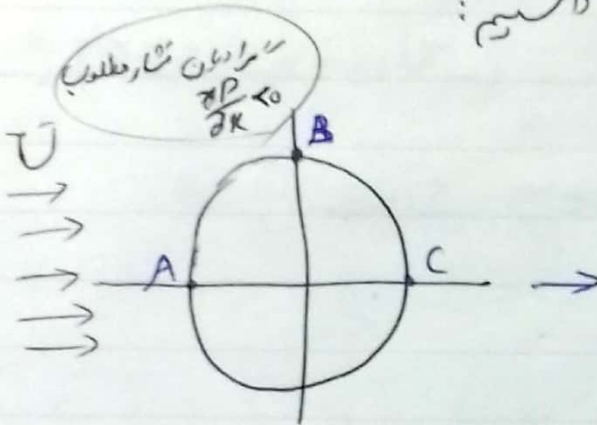
$$F_1 = j \rho \frac{U_{\infty}^2}{2} \int_0^{\pi} \frac{a}{\sin^2 \theta} \left(1 - \left(-1 + \frac{m}{2aU_{\infty}} \sin 2\theta_1 \right)^2 \right) d\theta$$

فصل ۹ - نیروهای وارد بر اشیاء غوطه‌ور

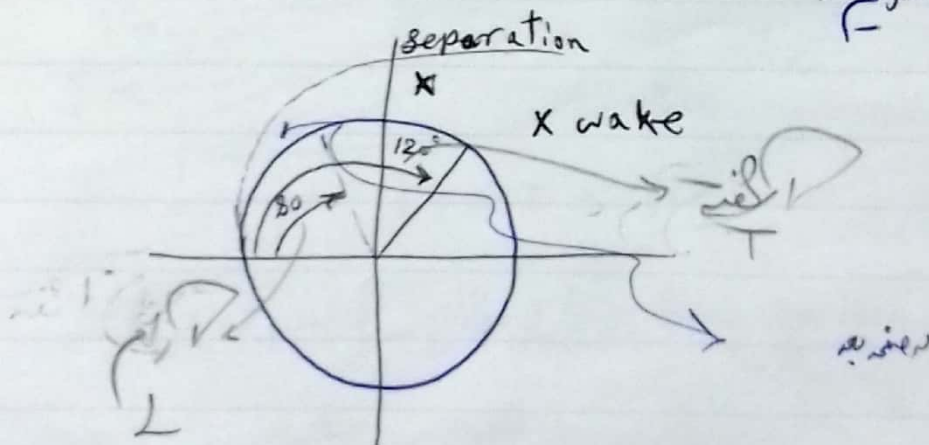


پارامتری: $C = \mu \frac{du}{dy} \rightarrow D = \frac{1}{2} \rho U^2 A C_D$

از منظر قبل بر جریان لبه اکین برابر شده داریم:

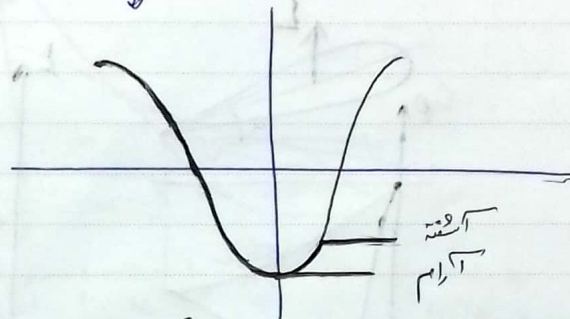
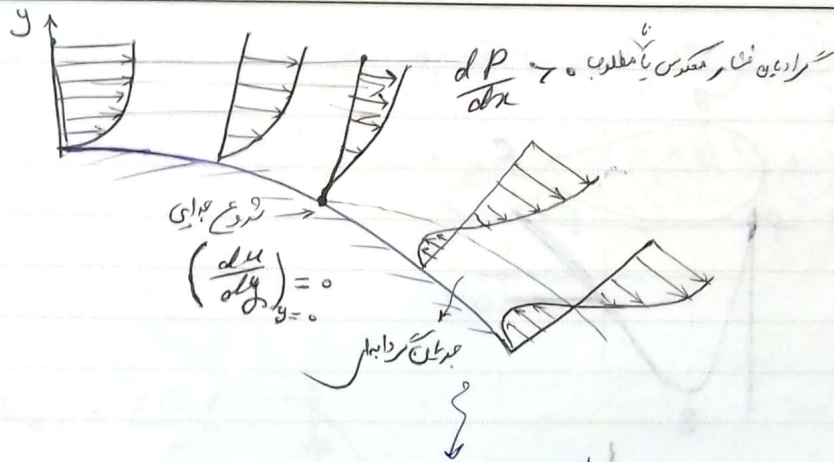


بر جریان واقع داریم:

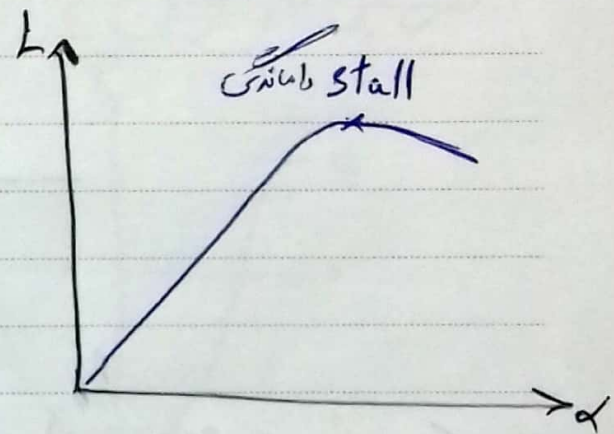
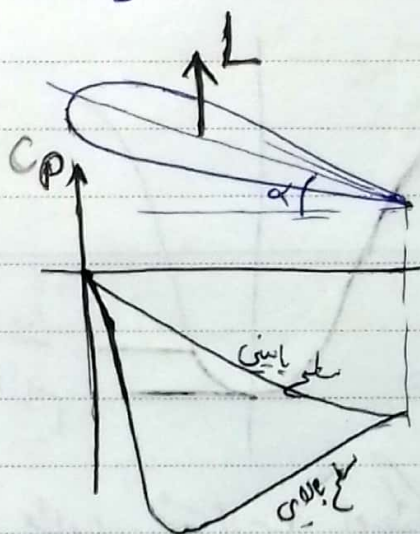
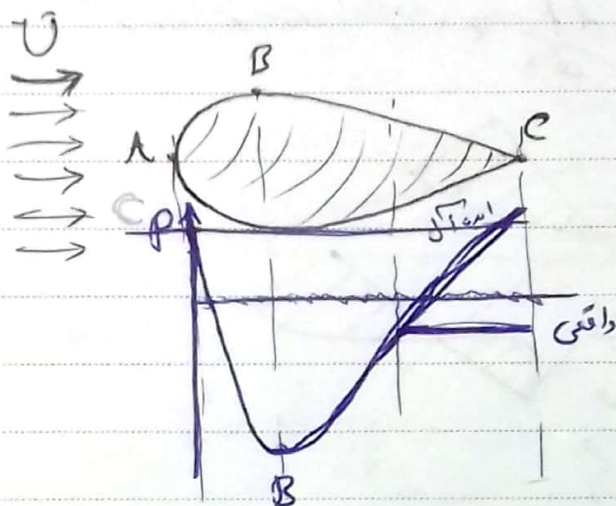


Subject _____

Date _____



* در گزینش فشار بیشتر از سیال امکانی است (عدد رینولدز بالای فشار) و در
ایده‌فیل پس از امکانی از سیال فشار یک است.



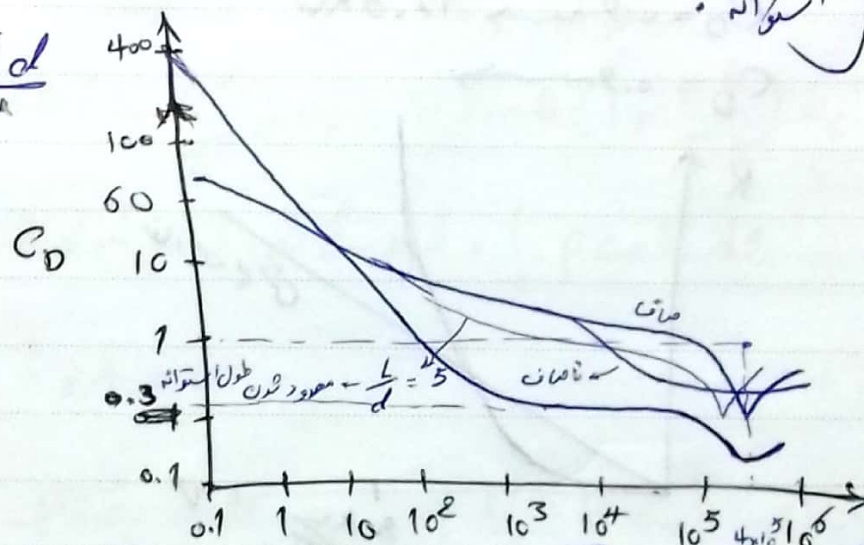
بسیار متشابه (بسیار شبیه) :

اطلاعات بسیار متشابه همراه با رشد و عموماً برای لایه مرز همواره است. جبر جریان غیر لزج
 بسیار متشابه ضریب است. ماننداً بسیار متشابه با شکل دادن مناسب یا خط جریانی بزرگ همه
 کاملاً می باشد به طوری که نقطه جدایی لایه مرز به انتهای جسم منتقل می شود. ماننداً عدد
 رینولدز جریان تعیین می کند لایه مرز در نقطه جدایی اکرام یا آشفته است. یا رانده

سوم در توصیف بار فشار است و بالاخره به علت پیچیدگی معادلات مستقیم غیر خطی جریان غیر همزن لازم است برای تعیین مسطحات یک جسم با شکل خاص به تابع تجربی استناد کرد.

بروس بار استوانه:

$$Re_d = \frac{\rho U d}{\mu}$$



اگر استوانه بار و طولها را از 1 رابطه زیر رایان برداشت:

$$C_D = \frac{84}{Re_d}$$

$$\sum 4$$

$$Re_d$$

ارتفاع حدود 150m دارد

سرعت هوا 10m/s

تعیین نیروی اکبر و دینامیک وارد بر هر متر از دودکش با فرض اینکه قطر 1.25 باشد

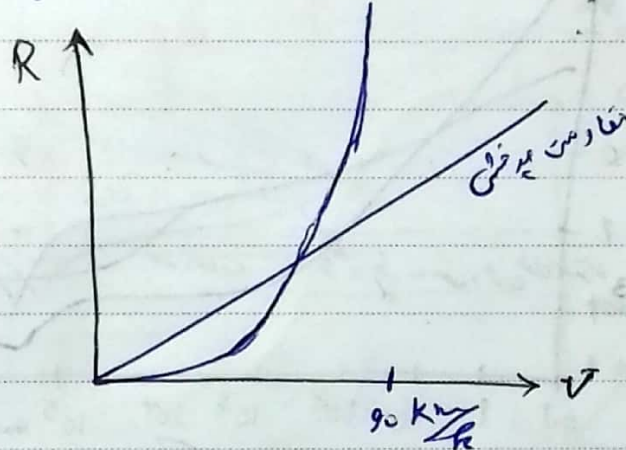
$$D = 46.88 N$$

مسئله 9-3 :

خودرو مربع مقطع شکل با ضریب $C_D = 0.9$ خودرو خط جریانی با $C_D = 0.4$ در سرعت 90 km/h توان لازم برای غلبه بر بار آیرودینامیکی را می‌تواند

$$C_D = 0.9 \rightarrow 17.5 \text{ kW}$$

$$C_D = 0.4 \rightarrow$$



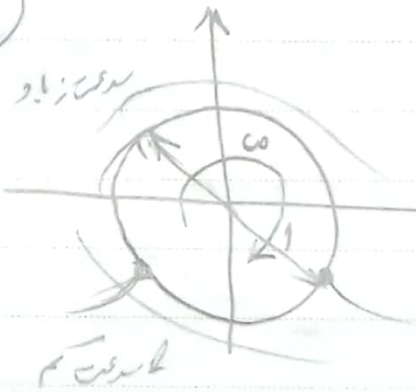
مقاومت خودروس :

مسئله 9-4 :

سرعت ثابت پرواز (بدون سیر) هواپیما سرعت 350 mph ، ارتفاع 30000 ft این هواپیما $\rho = 0.000706 \frac{\text{slugs}}{\text{ft}^3}$ با استفاده از داده‌های شکل 9-28 و کتاب دستیکه زاویه حمله 8° باشد ، برآورد بار بال را می‌توانید . طول کل بال 115 ft و طولدر جهت جریان 11.5 ft است . L و C_L را می‌توانید

$$L = \frac{1}{2} \rho v^2 A C_L$$

16-7



$$v = 2 \frac{m}{s}$$

$$\rho_a = 1.82 \frac{kg}{m^3}$$

$$\phi = U_{\infty} \cos \theta \left(r + \frac{R^2}{r} \right)$$

$$\psi = U_{\infty} \sin \theta \left(r - \frac{R^2}{r} \right)$$

$$V = \nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \hat{e}_{\theta}$$

$$V = U_{\infty} \cos \theta \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) \hat{e}_r - U_{\infty} \sin \theta \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \hat{e}_{\theta}$$

$$F = \int -p \hat{n} dA = \int -p \hat{e}_r dA = \int -p \hat{e}_r R d\theta$$

$$\vec{F} = \int p_{\infty} \hat{n} dA = 0$$

$$F = \int (p_{\infty} - p) \hat{e}_r R d\theta = \int -p \frac{U_{\infty}^2}{2} R \hat{e}_r \left(1 - \left(\frac{U}{U_{\infty}} \right)^2 \right) d\theta$$

$$p_{\infty} + \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 = p + \frac{1}{2} \rho U^2$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{\rho U_{\infty}^2}{2} R \left(1 - 4 \sin^2 \theta \right) (\cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}) d\theta = 0$$

فشارهای محال: استوانه با سرعت U در جهت θ و در نقطه (r, θ) در سطح سیال؟

$$F = \int_0^{2\pi} \frac{\rho U_{\infty}^2}{2} R \hat{e}_r \left(1 - \frac{U}{U_{\infty}} \right)^2 d\theta$$

$$\phi = U_{\infty} \cos \theta \left(r + \frac{R^2}{r} \right) - \frac{\Gamma}{2\pi} \theta$$

$$\psi = U_{\infty} \sin \theta \left(r - \frac{R^2}{r} \right) + \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$$

$$\vec{V} = U_{\infty} \cos \theta \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) \hat{e}_r - \left(U_{\infty} \sin \theta \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) + \frac{\Gamma}{2\pi r} \right) \hat{e}_{\theta}$$

$$\frac{\vec{V}}{U_{\infty}} \Big|_{r=R} = - \left(2 \sin \theta + \frac{\Gamma}{2\pi R U_{\infty}} \right) \hat{e}_{\theta} \rightarrow \sin \theta = - \frac{\Gamma}{4\pi R U_{\infty}} = -1$$

نقطه برگشت

$$\Gamma = 4\pi R U_{\infty}$$

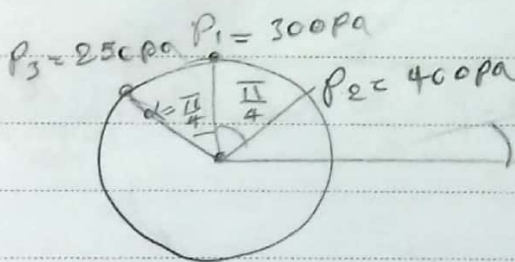
$$\frac{\vec{V}}{U_{\infty}} \Big|_{r=R} = -2(1 + \sin \theta) \hat{e}_{\theta}$$

نیس برآیند وارد بر استوانه به جهت راست

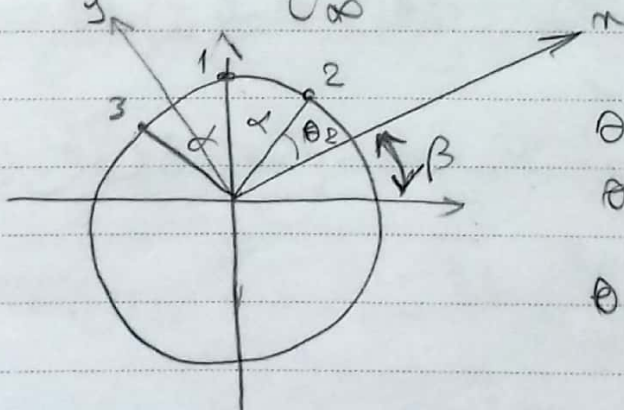
$$F = \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 R \times \int_0^{2\pi} (1 - 4(1 + \sin \theta)^2) \hat{e}_r d\theta = \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 R \times 8\pi \hat{j}$$

(cos θ i + sin θ j)

(2)



از سوال قبل داریم $\frac{V}{U_{\infty}} = -2 \sin \theta$, $p = p_{\infty} + \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 (1 - 4 \sin^2 \theta)$



$$\theta_2 = \frac{\pi}{4} - \beta$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \beta$$

$$\theta_3 = \frac{3\pi}{4} - \beta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} - \beta$$

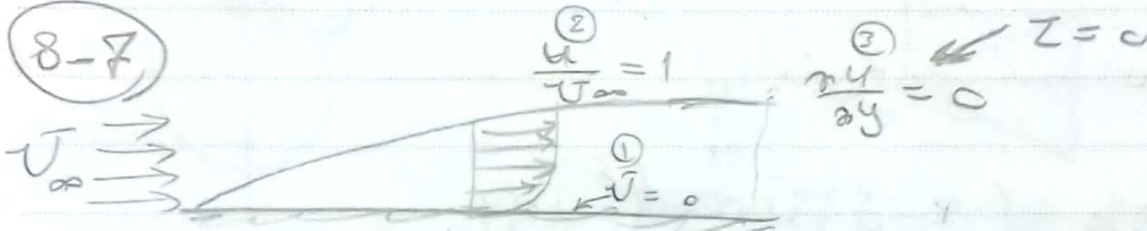
$$P_1 = P_\infty + \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 (1 - 4 \cos^2 \frac{\beta}{2})$$

$$P_2 = P_\infty + \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 (1 - 4 \sin^2 (\frac{\pi}{4} - \beta))$$

$$P_3 = P_\infty + \dots$$

مجموعه = مجموع

8-7



$$\frac{u}{U_\infty} = c_0 + c_1 \frac{y}{\delta} + c_2 \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + c_3 \left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (4)$$

$$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \rightarrow \frac{\partial \tau_w}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \rightarrow \text{این سطر بر روی دیوار به کار می آید}$$

$$\frac{u}{U_\infty} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta}\right) - \left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

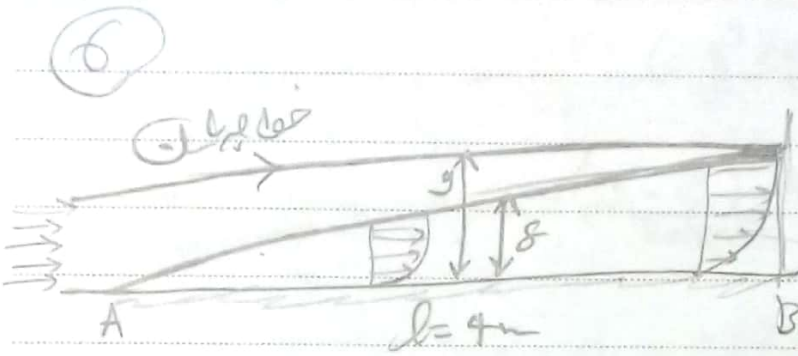
$$\frac{\rho U_\infty^2}{2} \frac{d}{dx} \left(\int_0^\delta \frac{u}{U_\infty} \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy \right) = -\frac{\tau_w}{2}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\int_0^\delta \frac{u}{U_\infty} \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy \right) = -\frac{C_{fx}}{2}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{-39}{280} \delta \right) = \frac{-\tau_w/2}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = \frac{-\frac{3}{2} \mu}{\rho U_\infty \delta} \rightarrow \text{در نهایت به این می رسیم}$$

$$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{3}{2} \frac{\mu}{\delta} U_\infty$$

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy = \frac{3}{2} \delta$$



معدل خارجي:

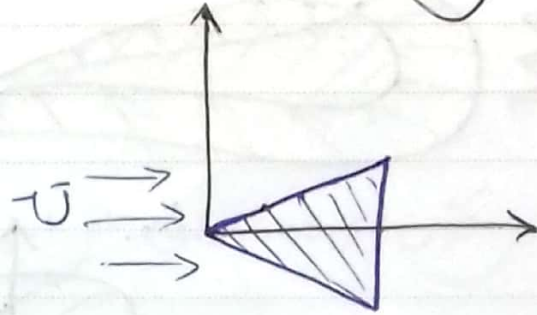
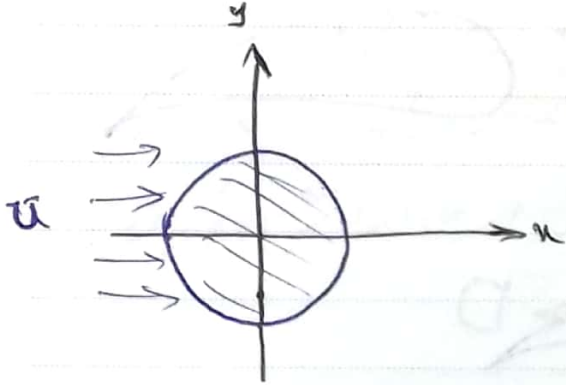
معدل داخلي = معدل خارجي

$$U_{\infty} y_A = (y - \delta) U_{\infty} + \int_0^{\delta} u dy$$

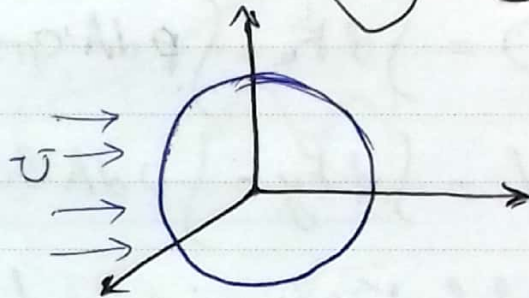
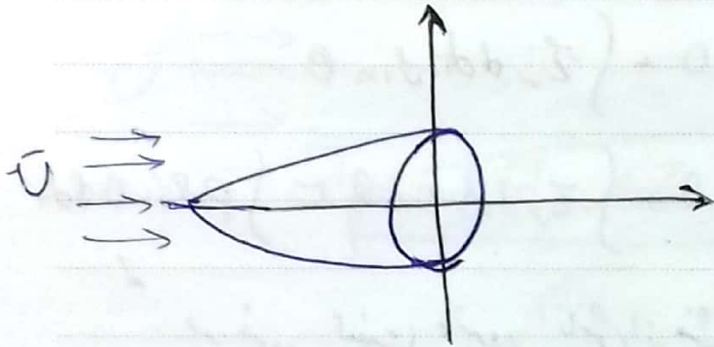
$$y_A = y + \int_0^{\delta} \left(-1 + \frac{u}{U_{\infty}}\right) dy = y - \delta^*(x)$$

معادله جبرانی تئوری فصل 9 :

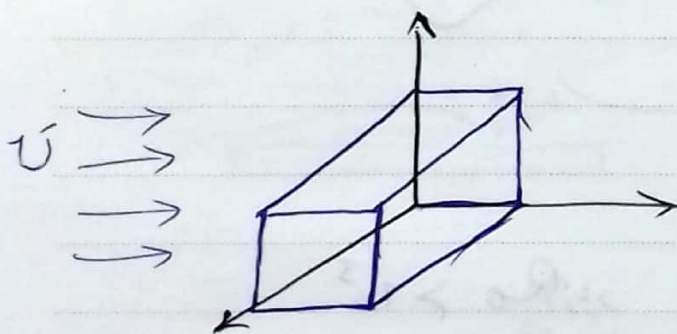
جریان دو بعدی :



تئوری محوری :

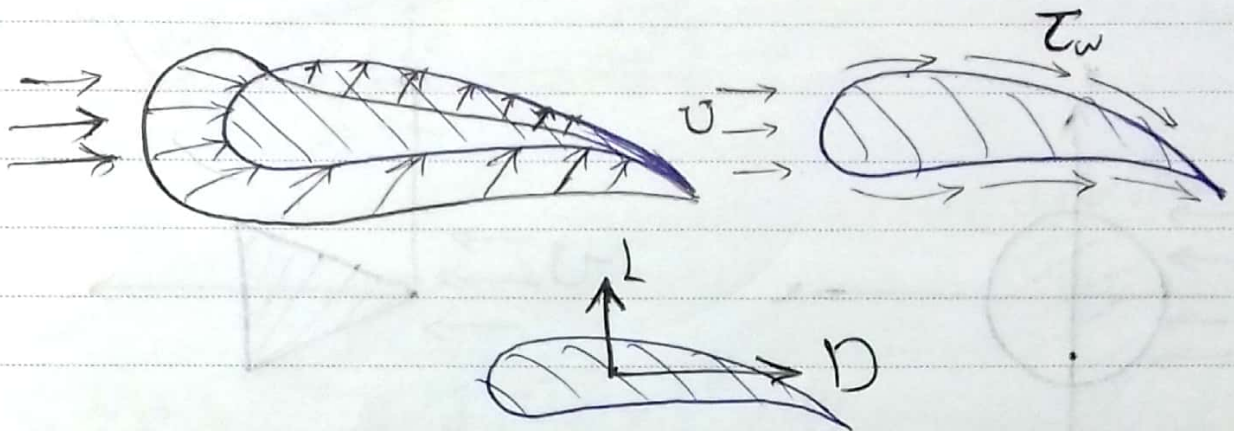


سه بعدی :



معادله جبرانی :
پوستگی - اندازه حرکت - ناوی استوکس

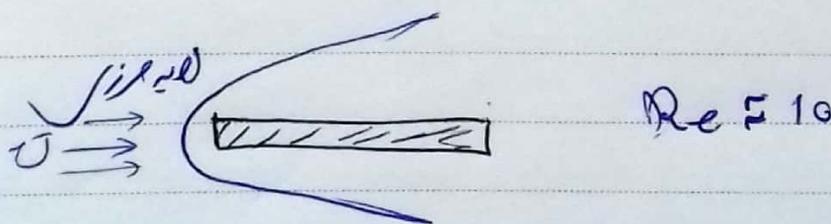
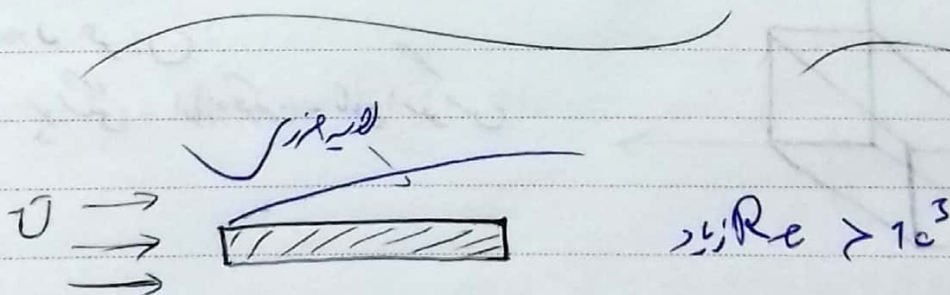
معنی فشار بر روی ایرفویل:

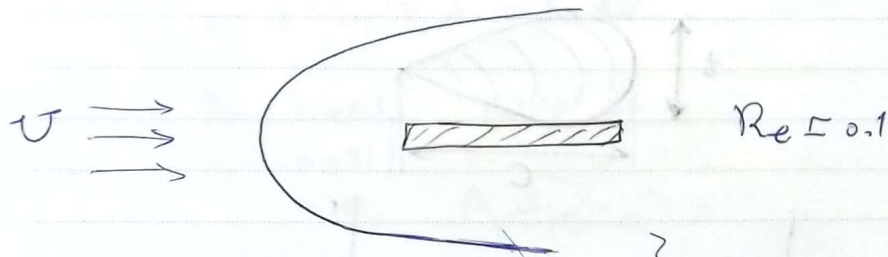


$$D = \int dF_x = \int p dA \cos \theta + \int \tau_w dA \sin \theta$$

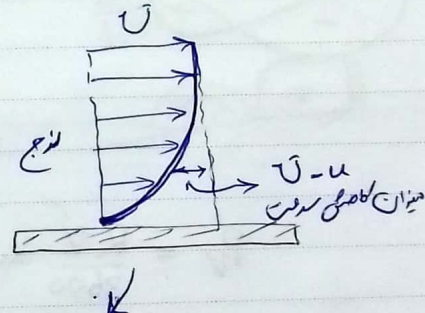
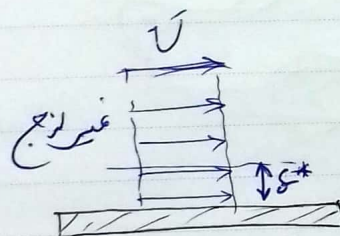
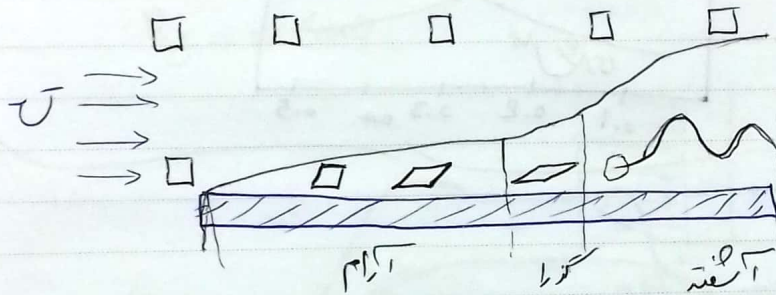
$$L = \int dF_y = \int p dA \sin \theta + \int \tau_w dA \cos \theta = \int p \sin \theta dA$$

در نمودار گشت و نیروی ناشی از فشار یک مرتبه از نیروی ناشی از تنش برشی بزرگتر است
من توانم از نیروی ناشی از تنش برشی صرف نظر کرد.





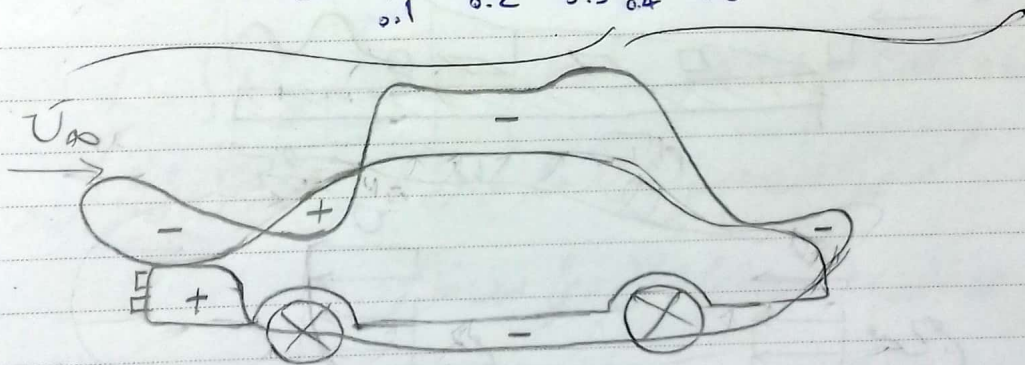
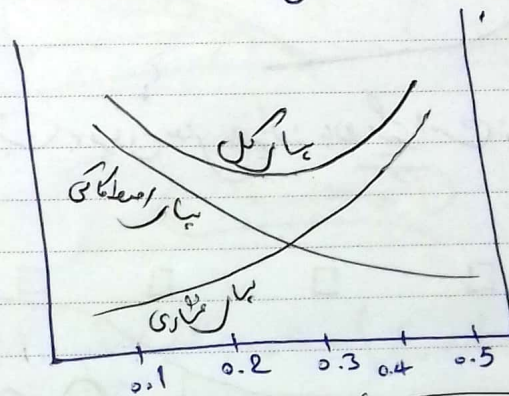
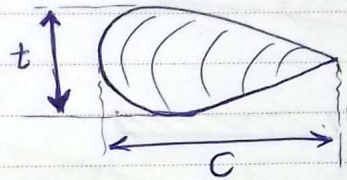
نبرد درگن نسبت به جریان حاض با دینولدز با دینولدز است زیرا شش برقی پیراس.



$$\delta^* b U = \int_0^{\delta} (U - u) dy$$

میزان کاهشی اندازه حوض : $\rho b U^2 \theta = \int_0^{\delta} (U - u) b dy u$

$$\theta = \int_0^{\delta} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$



$$P_v = \frac{Rv}{3600} \text{ kw} \quad \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$R = R_a + R_r + R_g$$

آیرودینامیک رول غرارت

$$P_R = \frac{P_v}{\eta_t} = \frac{Rv}{3600 \eta_t}$$

$$R_a = \frac{1}{2} C_D \rho V^2 A = k_a A V^2$$

$$k_a = 0.023$$

$$0.031$$

$$0.045$$

مشیخ غلط جبرانی

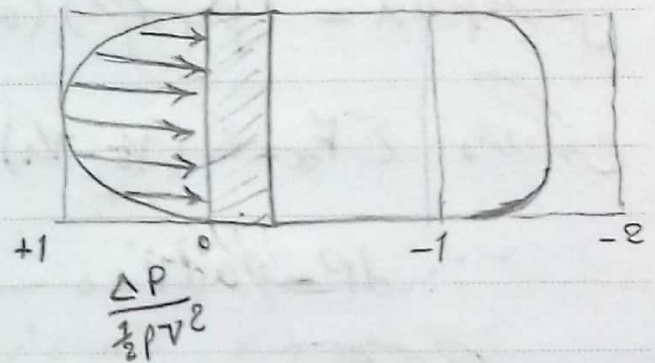
مشیخ غلط جبرانی

مشیخ غلط جبرانی

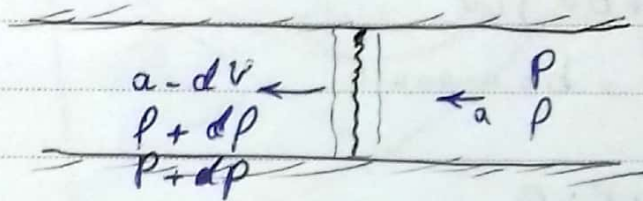
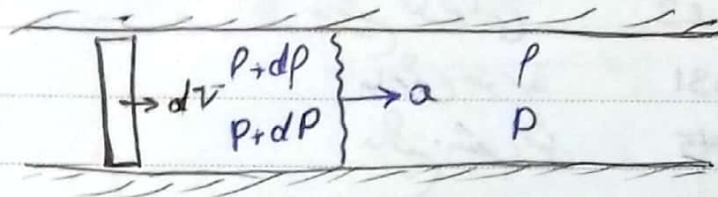
$$R_r = (a + bV)w$$

$$a = 0.015, b = 0.00016$$

$$R_g = w \sin \theta$$



فصل 11 - جریان تراکم پذیر:



بررسی: $p a A = (p + dp) (a - dV) A \rightarrow a dp = \rho dV$

و اندازه گیری: $\sum F_x = m (v_2 - v_1) \rightarrow p A - (p + dp) A = -\rho A a dV$

$$dp - \rho a dV = 0 \rightarrow dp - a^2 dp = 0 \rightarrow \frac{dp}{d\rho} = a^2$$

فرايند ايزنتروپي: $ds = \left(\frac{dq}{T}\right)_{rev} = 0$

$$a = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}}$$

$$\frac{p}{\rho} = \text{const}, \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad \rightarrow \quad a = \sqrt{\gamma R T}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s = \gamma R T$$

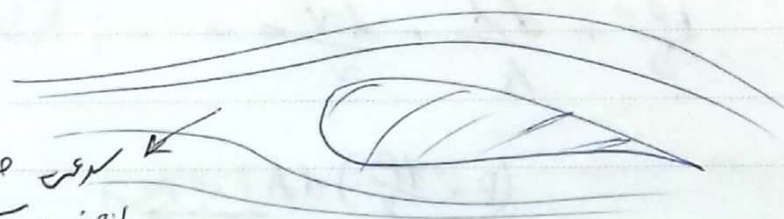
مدول باریک :

$$\beta_{solid} = \rho \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_s$$

مثلاً برای مس $\left. \begin{array}{l} \beta_s = 123 \text{ GPa} \\ \rho = 8880 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{array} \right\} \rightarrow a = \sqrt{\frac{\beta_s}{\rho}} = 3722 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

فراصوت :

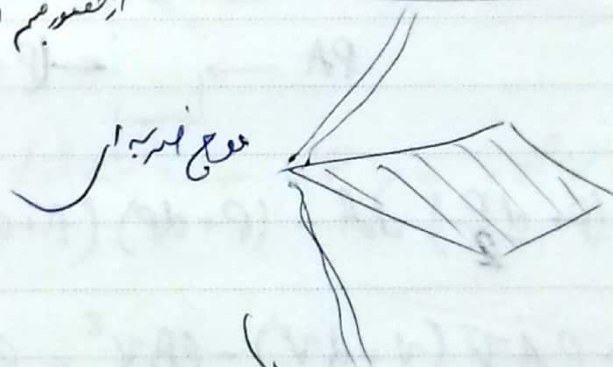
$v < a$
سرعت صوت باریک می شود که جریان
از جنس جسم آگاه نشود و خود را با باریک متشنج دهد.



فراصوت :

$$v > a$$

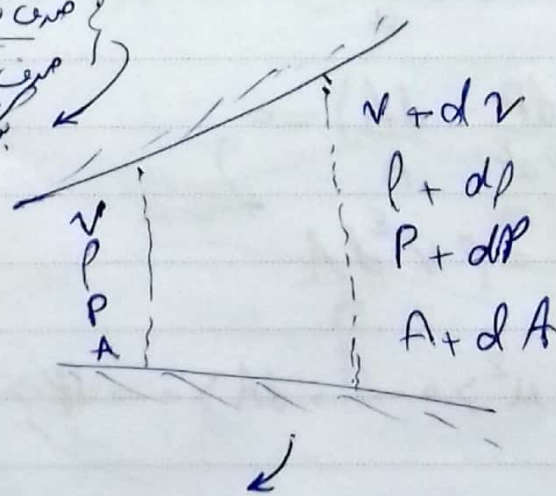
$$M = \frac{v}{a} > 1$$



در هواپیماها سرعت فراصوت این اتفاق رخ می دهد.

جریان اکیزتروپیک در یک مجرای با سطح متغیر : در یک باریک

مصرف نظر از اصطکاک
مصرف نظر از انتقال حرارت
برگشت پذیر



نیز: $\int \rho v_n dA = 0$

$$-\rho A V + (\rho + d\rho)(A + dA)(v + dv) = 0$$

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dv}{v} = 0$$

انرژی: $\Sigma F_x =$

$$(p + \frac{dP}{2}) dA$$

$$PA$$

$$\leftarrow (p + dP)(A + dA)$$

$$\Sigma F_x = PA + (p + \frac{dP}{2}) dA - (p + dP)(A + dA) = -A dP$$

$$\int \rho v_n v_n dA = \rho A V (v + dv) - \rho A V^2 = \rho A V dv$$

$$dP + \rho V^2 \left(-\frac{d\rho}{\rho} - \frac{dA}{A} \right) = 0$$

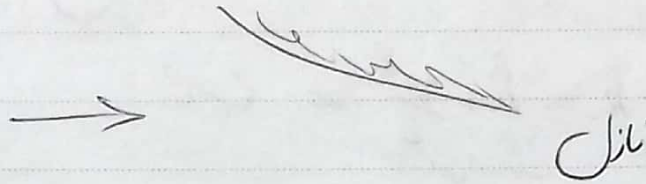
$$a^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s \quad M = \frac{V}{a}$$

$$dP + \rho V^2 \left(-\frac{d\rho}{\rho a^2} - \frac{dA}{A} \right) = 0$$

$$dP (1 - M^2) = \rho V^2 \frac{dA}{A}$$

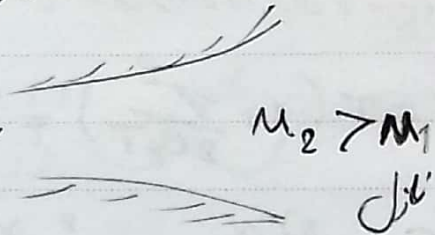
$$1 - M^2 < 1 \xrightarrow{\text{converge}} 1 - M^2 > 0 \xrightarrow{\text{if}} dA > 0 \rightarrow dP > 0, dv < 0$$

$$dA < 0 \rightarrow dP < 0, dV > 0$$



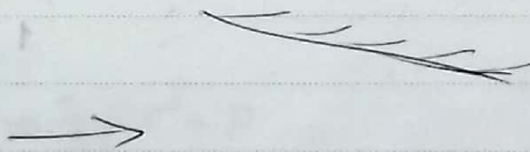
$$M \rightarrow 1 - M^2 < 0, dA > 0 \rightarrow dP < 0, dV > 0$$

$$M > 1$$



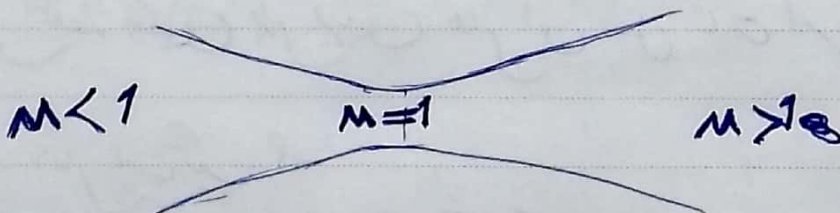
$$M_2 > M_1$$

$$dA < 0 \rightarrow dP > 0, dV < 0$$



دیفوزر

روش ایجاد جریان فراسونیک: ابتدا نازل که در پس نازل واکند.



$$M < 1$$

$$M = 1$$

$$M > 1$$

حالت استاتیکی داریم

دما سکون، دما در کل T_0 یا T_t : stagnation

حالت $h_0 = h + \frac{V^2}{2}$ ← آنتالپی استاتیکی ← آنتالپی در نقطه سکون

حالت C_p و C_v

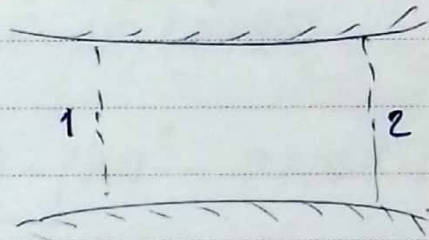
$$C_p T_0 = C_p T + \frac{V^2}{2} \rightarrow T_0 = T + \frac{V^2}{2 C_p}$$

← دمای استاتیکی (دمایی که در سکون داریم)

← دما در اینجا

$$T_0 = T \left(1 + \frac{V^2}{2 C_p T} \right) = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)$$

$$C_p = \frac{R \gamma}{\gamma - 1}, \quad a^2 = \gamma R T, \quad M = \frac{V}{a}$$



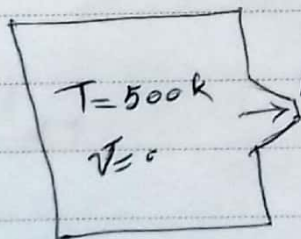
معادله انرژی در دما داریم:

$$h_2 + \frac{V_2^2}{2} - h_1 - \frac{V_1^2}{2} = h_{0,2} - h_{0,1} = 0$$

$$h_{0,2} = h_{0,1} \rightarrow T_{0,2} = T_{0,1}$$

دما نقطه سکون برای هر دو این فصل ثابت است

مثال: دما استاتیکی؟



$M = 0.8$

$$T_0 = T = 500 \text{ K}$$

$$T_0 = 443.86 \text{ K}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

در کتاب برای 1.3 ، 1.4 و $\frac{5}{3}$ جدول وجود زائد.

$$p_+ = p \left[1 + \frac{\sigma}{2} M^2 + \dots \right]$$

$$\frac{\rho}{2} v^2 = \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$M \rightarrow 0 \longrightarrow P_0 = \frac{1}{2} \rho v^2 + p$$

بکسر عدد صاف هاس عیسی کو پیکر کاربرد دارد

$$\dot{m} = \rho A v = \frac{P}{RT} A M \sqrt{\gamma R T}$$

$$\frac{v}{a} = \lambda, \quad a = \sqrt{\gamma RT}$$

$$\dot{m} = \frac{P_0}{\sqrt{RT_0}} A \sqrt{\gamma} M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\left(\frac{\gamma}{2}\right) - \left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)}$$

$$\text{if } M=1 \rightarrow A^*$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left(\frac{\frac{\gamma+1}{2}}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} \right)^{\left(\frac{1}{2} - \frac{\gamma}{\gamma-1}\right)}$$

محدود ترین نازل ممکنه را با گیتا با عدد ما 0.3 و سطح مقطع

$\frac{T_2}{T_1}$ ، $\frac{P_2}{P_1}$ ، A_2 را تعیین کنید. $M_2=3$ می رسم. 1000 cm^2 در این مقطع نازل.
 را بدست آورید.

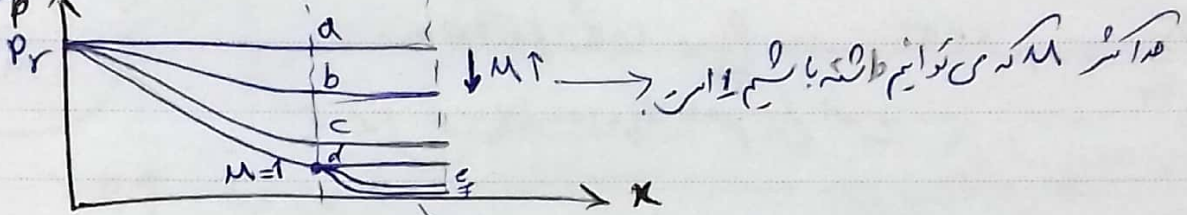
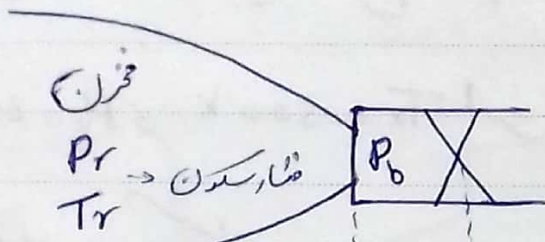
$$M=0.3 \rightarrow \frac{A_1}{A^*} = 2.0351 \rightarrow A^* = \frac{1000}{2.0351} = 491.38 \text{ cm}^2$$

$$M=3 \rightarrow \frac{A_2}{A^*} = 4.235 \rightarrow A_2 = \checkmark$$

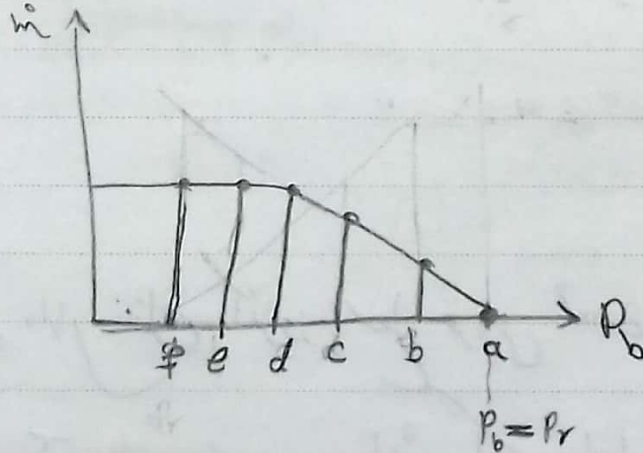
$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{P_2}{P_0}}{\frac{P_1}{P_0}} \checkmark$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{T_2}{T_0}}{\frac{T_1}{T_0}} = \checkmark$$

جریان نازل تراکم پذیر:



جریان با امواج انبساطی خود را به فشار پائین تر می رساند و این به کاهش می یابد.



تغییر به دافعه به معیولان مقداردهی و نمودار P_b - π_b - m را رسم کنید.

$$\left(\frac{P_{back}}{P_r} \right)_{M=1} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\gamma = 1.4 \rightarrow \left(\frac{P_b}{P_r} \right)_{M=1} = 0.5283$$

$$\gamma = 1.3 \rightarrow$$

back pressure - فشار پائین تر است جریان

اثر به عمیق تخلیه شود و می شود فشار معین

مثال 11-2 - یک نازل همگرا با سطح 50 cm^2 از مخزنی متغیر می‌باشد که

$P_r = 200 \text{ kPa}$ و $T_r = 300 \text{ K}$ است. دبی جرمی در نازل همگرا را برای $P_b = 0$ و $P_b = 100$ و

محاسبه کنید 150 kPa

$$\frac{P_b}{P_r} = 0.5283 \rightarrow P_b = 105.66 \text{ kPa}$$

دبی برای $P_b = 100$ و $P_b = 0$ با هم برابر است

$$M_e = 0.654$$

$$\dot{m} = \frac{200 \times 10^3}{\sqrt{0.287 \times 300}} \times 50 \times 10^{-4} \times \sqrt{1.4} (1 + 0.2)^{\frac{1}{2} - 3.5} = 2 \rightarrow 2.3$$

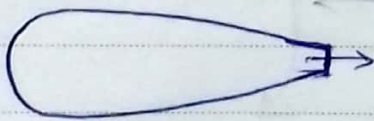
$$\dot{m} = \frac{105.66 \times 10^3}{\sqrt{0.287 \times 249.99}} \times 50 \times 10^{-4} \times \sqrt{1.4} = 2.33$$

$$\dot{m}_{150} = 2.06$$

مثال 11-3 - یک راکت فذری دارای نازل آگروز با سطح خروجی 20 in^2 است. اگر

$P_c = 100 \text{ psia}$ و $T_c = 2500^\circ \text{R}$ باشد، نیروی رانش راکت را برای $P_b = 20 \text{ psia}$

محاسبه کنید. $\gamma = 1.4$ و $\mu = 20$ برای R

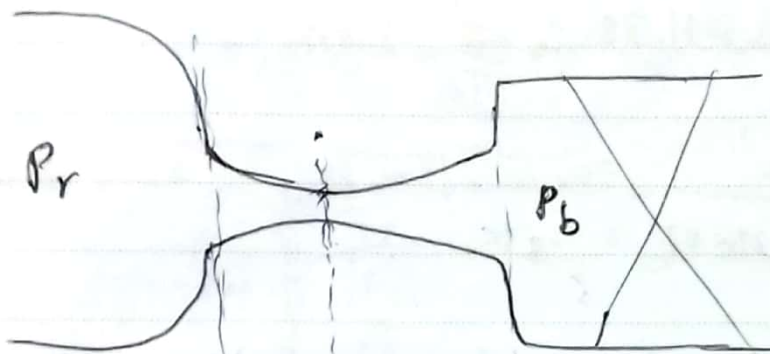


P_c

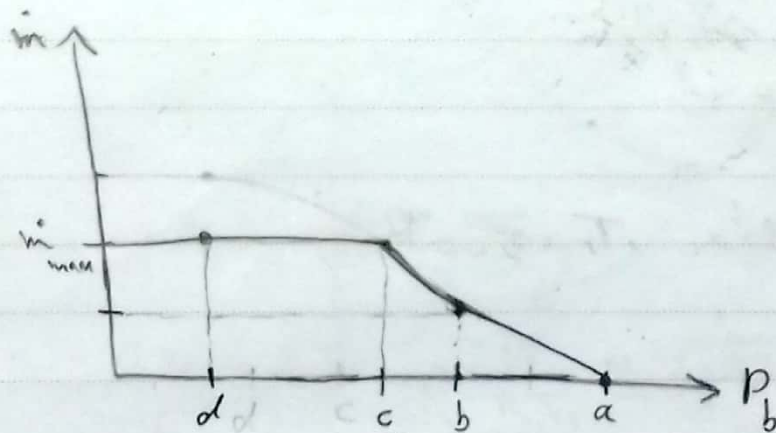
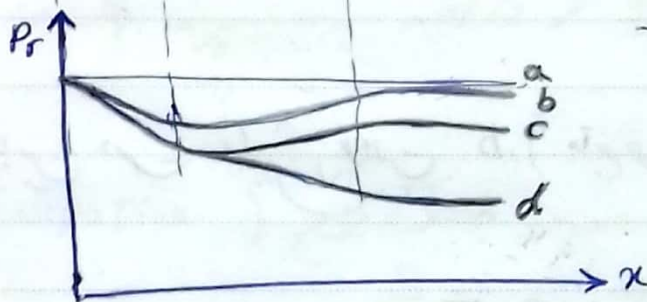
P_b

$$32.2 \text{ lb}_m / \text{slug}$$

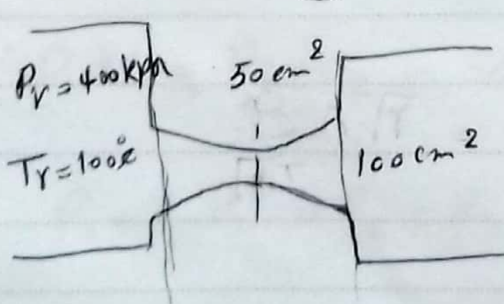
نازل محمد دواندرا :



در شرایط ایزنتروپیک



مثال: نازل محمد دواندرا از مخزن بزرگ با حوله فشار ثابت مقداری سو در مخزن



مداکثر فشار پاشی در نازل و وضعیت غفگی دارد؟

دی هم من جریان را برای فشار پاشی در 200,0 و 300 را هم من اندر.

$$\frac{A}{A^*} = \frac{100}{50} = 2 \rightarrow \frac{P}{P_+} = 0.9395 \rightarrow P = 0.9395 \times 400 = 375.8 \text{ kPa}$$

$$\frac{P_b}{P_0} = 0.5283 \rightarrow P_b = 211.32 \rightarrow \frac{T_b}{T_0} = 0.8332 \rightarrow T_b = 310.82 \text{ K}$$

$$200 \text{ g/s} = \dot{m} = \frac{211.32}{\sqrt{0.287 \times 310.82}} \times 50 \times 10^{-4} \times \sqrt{1.4 \times 287 \times 310.82} = 4.186$$

پ۔ فشار پایین درت برابر حالت b (ماخ فروبی برابر حالت فراہوت)

$$\mu = 2.2$$

$$\frac{A}{A^*} = 2$$

$$\frac{P_1}{P_0} = 0.935$$

ماخ برابر $A = 100$ می باشد

مثال:

$$P_r = 200 \text{ psia}, T_r = 500^\circ \text{R}$$

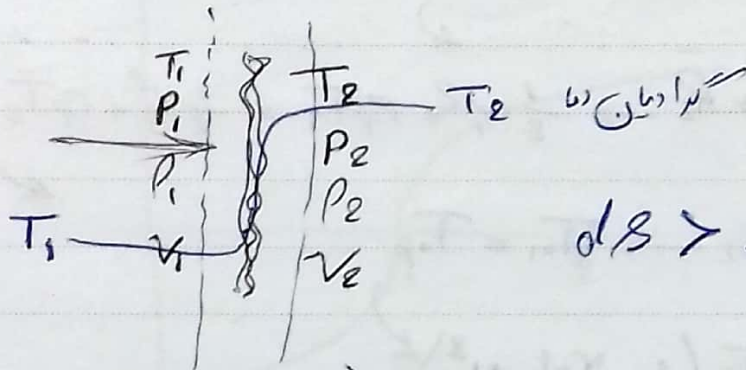
$$P_b = \text{---}$$

Normal Shock wave:

امواج ضربه‌ای عموماً:

تغییران شدید است ← تعادل نیست ← بدترین بدترین

اکو باکس است.



$$ds > \frac{dQ}{T}$$

تلفات انرژی زیاد است و به صورت اتلاف لزج (viscous dissipation) در دین آن می باشد.

معادله بقای جرم:

بررسی $\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \rightarrow \frac{\rho_1}{R T_1} M_1 \sqrt{\gamma R T_1} = \frac{\rho_2}{R T_2} M_2 \sqrt{\gamma R T_2}$$

معادله انرژی $\rightarrow \int v_x \rho v_n dA$

$$P_1 A_1 + \rho_1 V_1^2 = P_2 A_2 + \rho_2 V_2^2 A_2$$

$$P_1 + \rho_1 V_1^2 = P_2 + \rho_2 V_2^2 \rightarrow P_1 (1 + \gamma M_1^2) = P_2 (1 + \gamma M_2^2)$$



Stagnation point $\rightarrow \Delta h = \Delta R + \Delta R$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 + m (h_2 - h_1) = 0$$

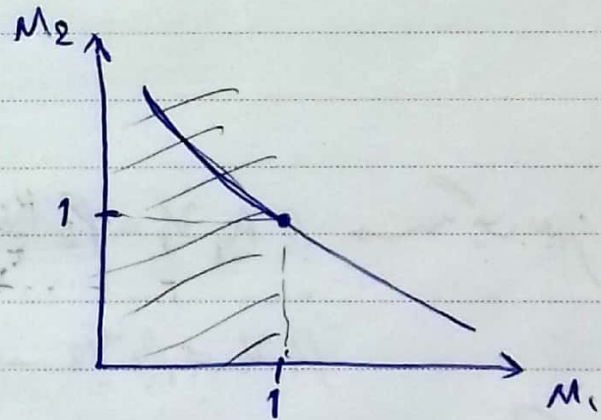
$$\frac{1}{2} v_1^2 + h_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + h_2 \rightarrow \frac{1}{2} v_1^2 + c_p T_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + c_p T_2$$

$$h_{01} = h_{02} \rightarrow T_{01} = T_{02}$$

$$T_1 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right) = T_2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2 \right)$$

$$\frac{M_1}{1 + \gamma M_1^2} \sqrt{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} = \frac{M_2}{1 + \gamma M_2^2} \sqrt{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}$$

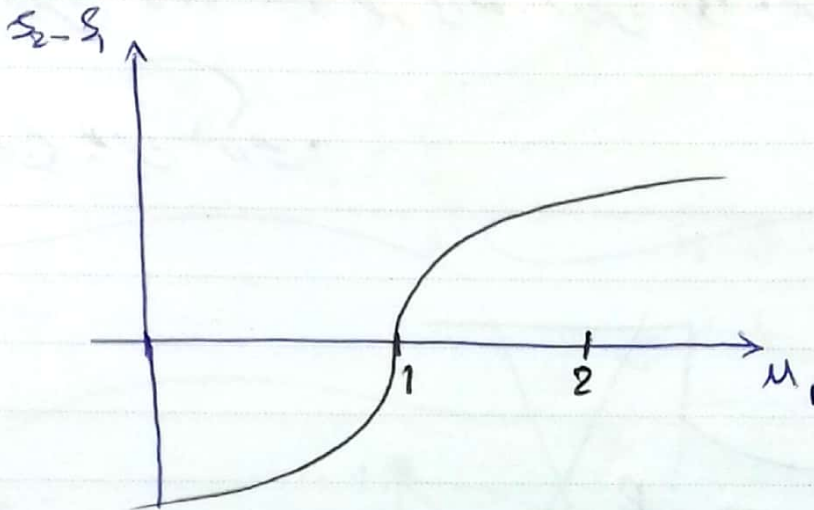
$$M_2^2 = \frac{M_1^2 + \frac{2}{\gamma-1}}{\frac{2\gamma}{\gamma-1} M_1^2 - 1}$$



به ازای $M_1 < 1$ موج ضربه‌ای بوجود نمی‌آید. پس هوا در به ازای $M_1 > 1$

قابل قبول است.

$$s_2 - s_1 = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$



مسال 11-6: هوا با عدد $M = 1.8$ در حال گریز است و فشار محلی

30 kPa است. موقع ضربه ای در ورودی موقعا ایجاد می شود. عدد ماخ و ... را

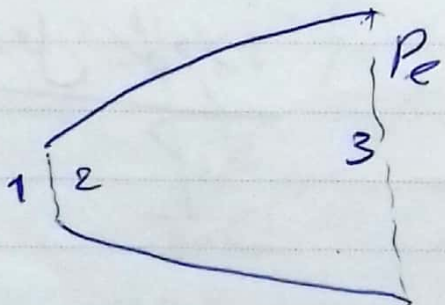
در عبور از موقع ضربه ای بدست آورید.

$$M_2 = 0.6165$$

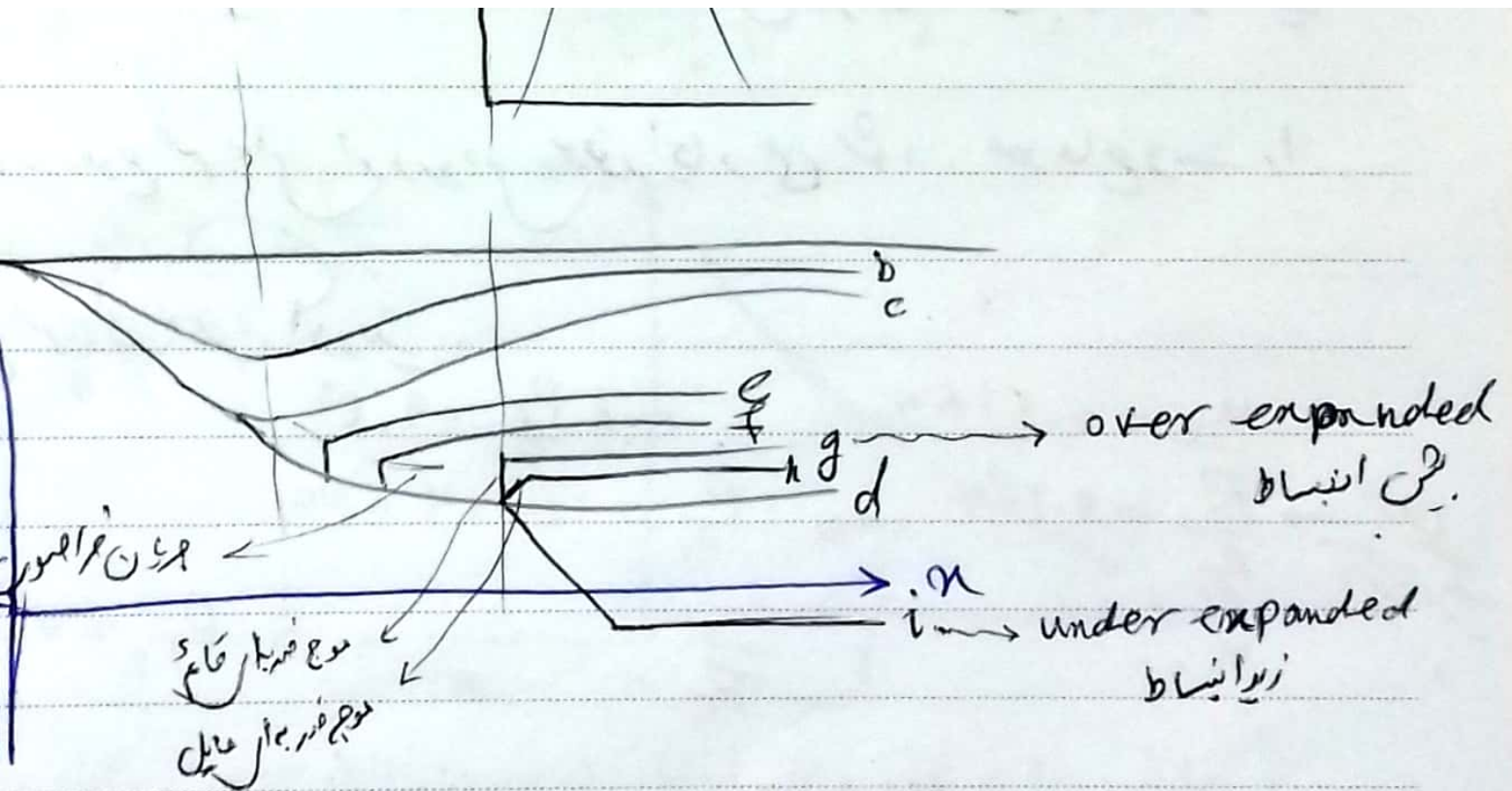
$$\frac{P_2}{P_1} = 3.61$$

جدول اکسپاندرسیون $\rightarrow \frac{P_1}{P_2} = 0.174 \rightarrow P_{T1} = 172.4 \text{ kPa}$

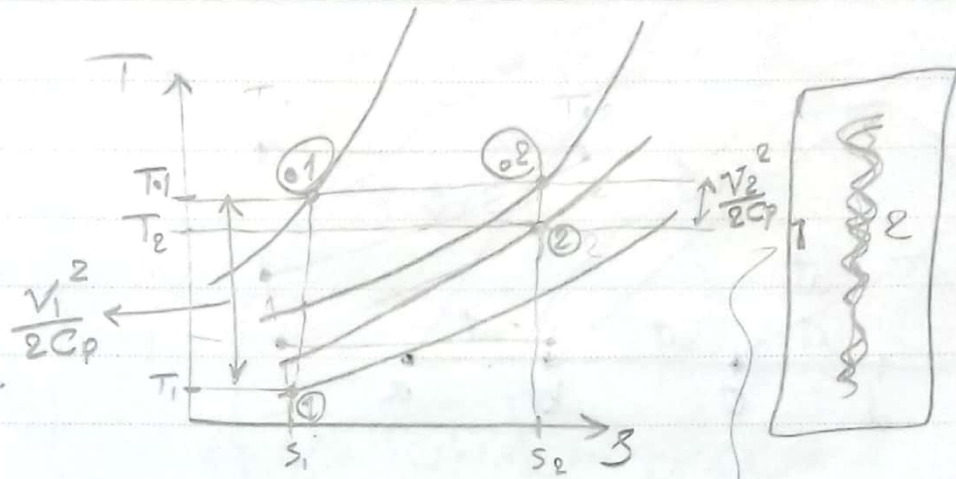
$$\frac{P_{T2}}{P_{T1}} = \dots \rightarrow P_{T2} = \checkmark$$



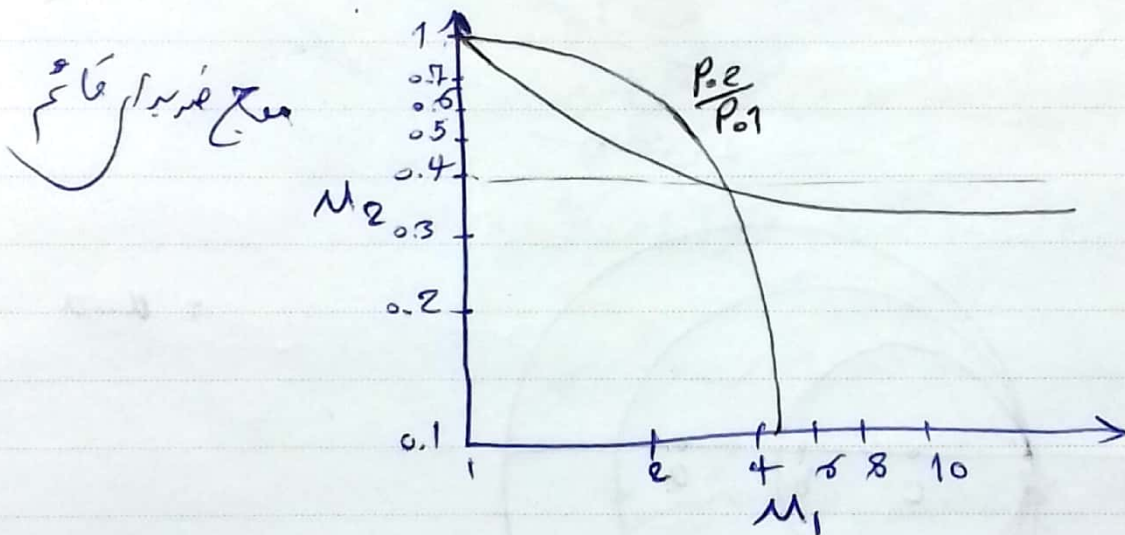
$$\frac{A_e}{A^*} =$$



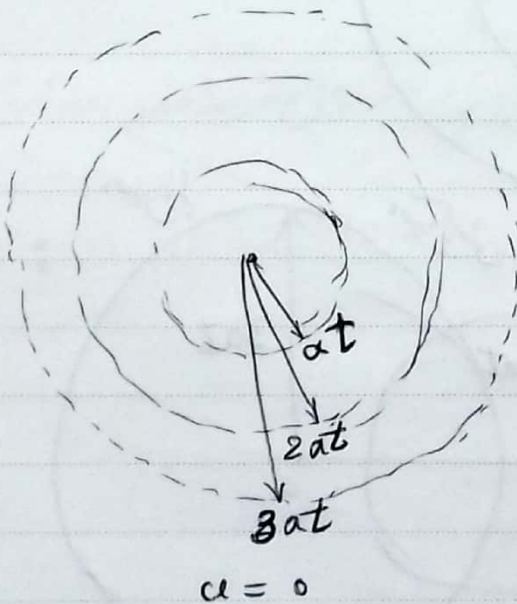
سوال 11-8 حل شد.

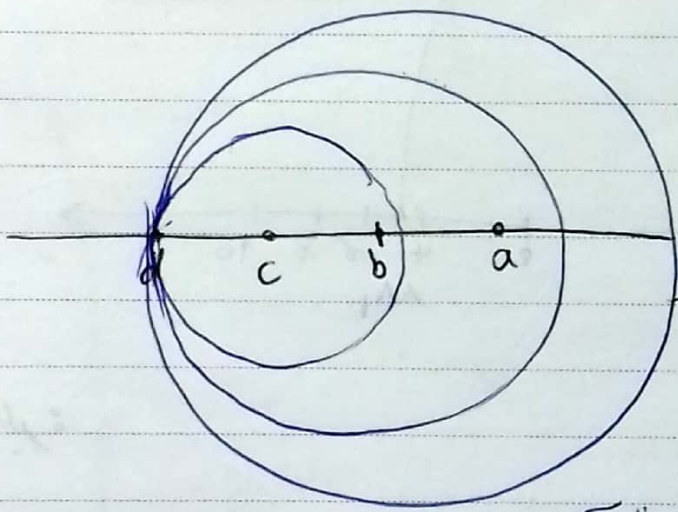
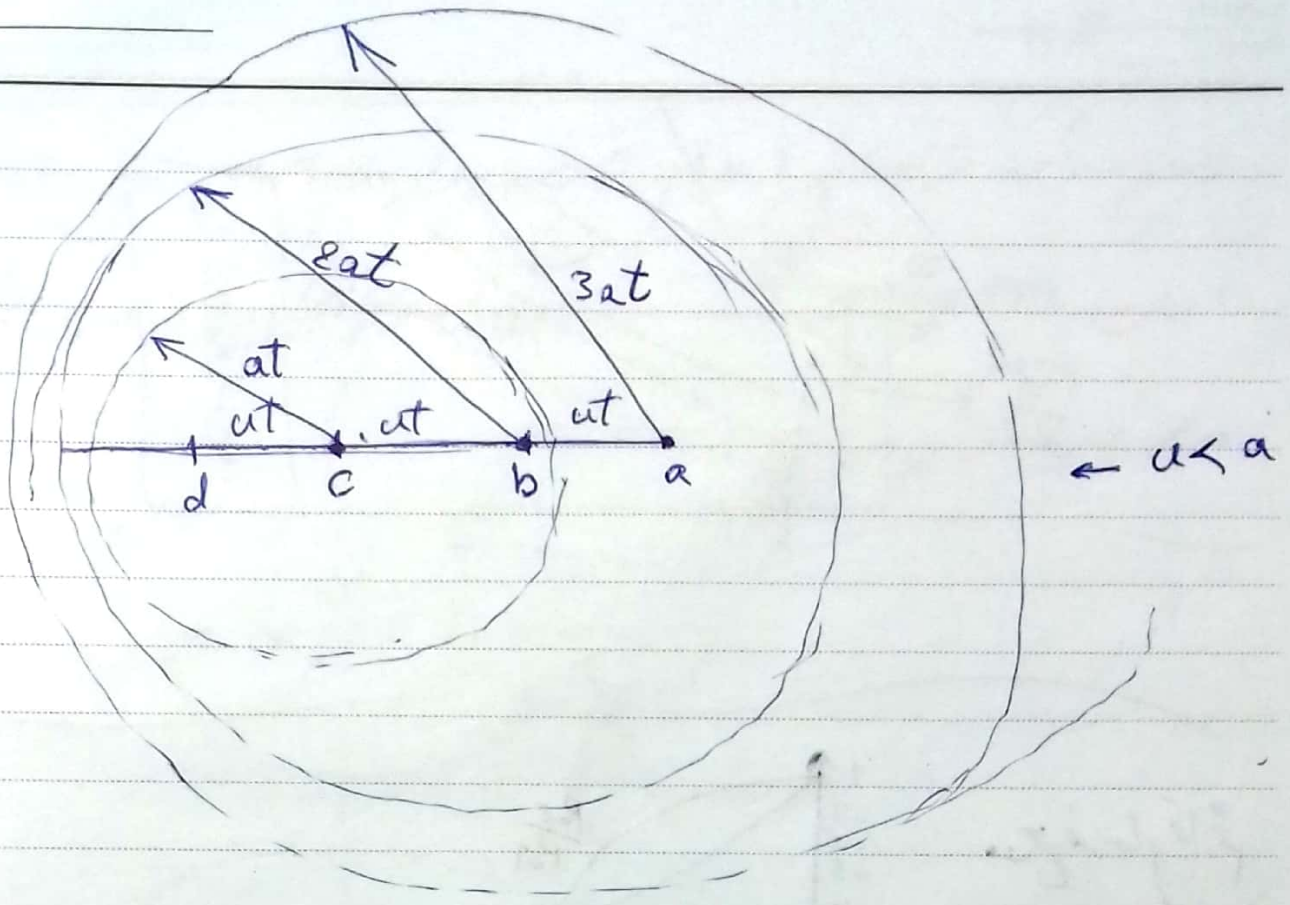


* v_1 - v_2 از $\sqrt{v_2}$ است



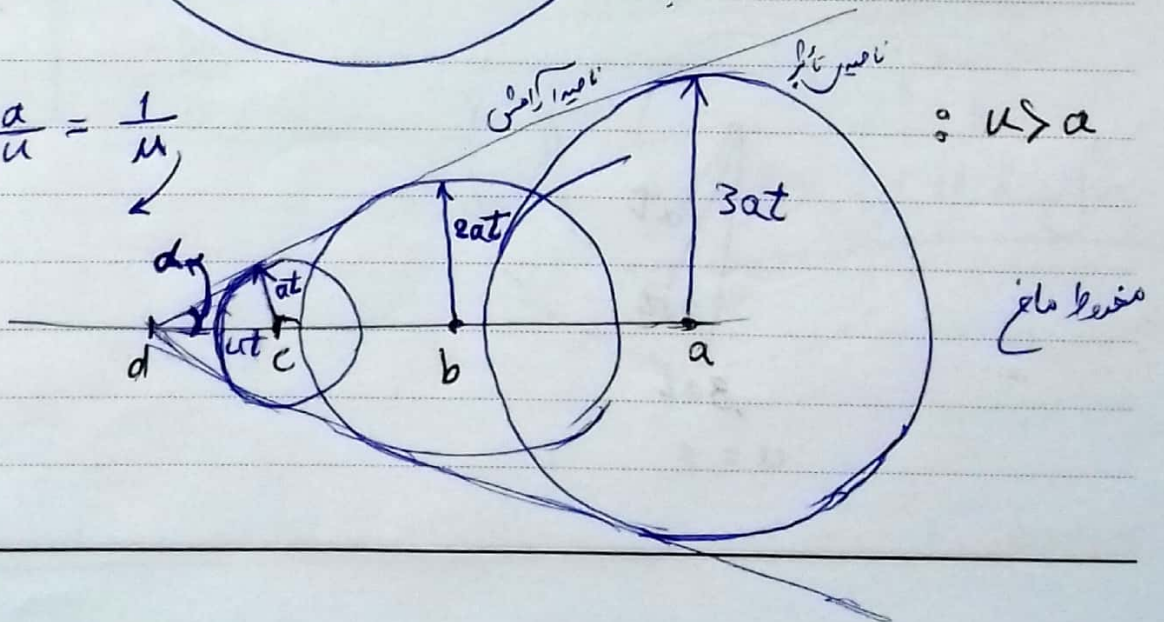
انرژی دایره:



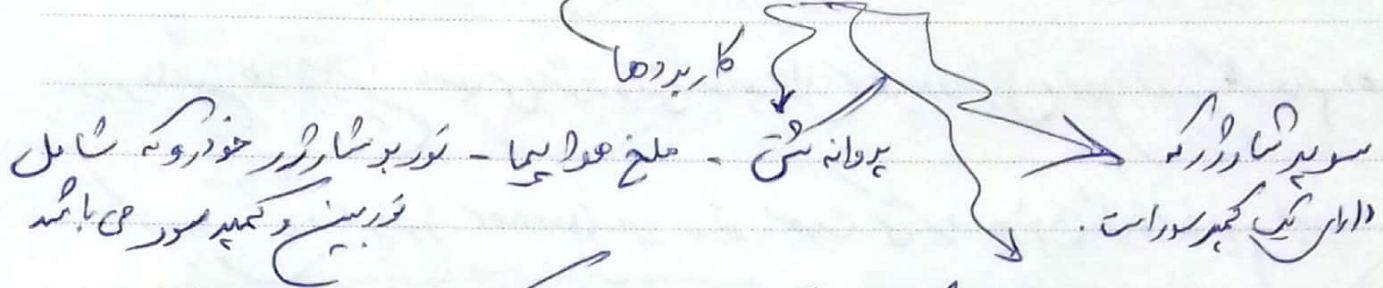


$$\sin \alpha = \frac{a}{u} = \frac{1}{u}$$

$$u = \frac{1}{\sin \alpha}$$



فصل ۱۲ - توربو ماشین ها



در مکانیزم، در این که دندان اسلایس می شود توربین دارد.

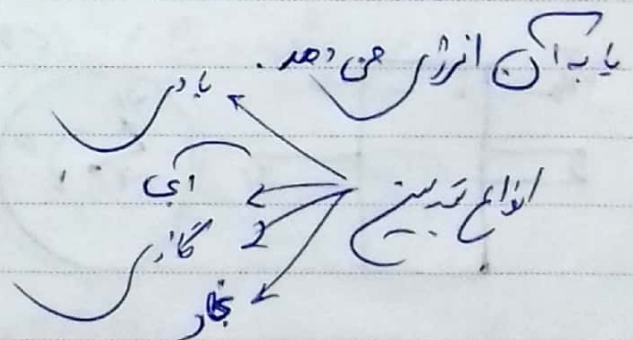
کاربرد جریان سیال برای انتقال انرژی بین سیال و اجزاء دورانی توربو ماشین ها

را توربو ماشین ها می خوانند. موخه این فعل است
داشتن معنی

طراحی توربو ماشین ها جنبه های مختلف را در بر می گیرد. اهمیت مکانیک سیالات در

توربو ماشین ها در توانایی تعیین هندسه و پس بینی مشخصات و مقادیر افت است و تعیین
محدوده گداز کار انواع مختلف توربو ماشین ها

توربو ماشین ها وسیله ای است که از یک جریان پر سرعت سیال توسط عقد دوار انرژی می گیرد



توان جذب می کنند و کار در هر سال انجام می گیرد پس باید هر سال نامیده می شوند

تدریس ها تدریس نامیده می شوند و کسی تولید توان نمایند در سال در تدریس کار انجام دهد

کار در هر پره، راننده (runner) یا موتور صورت می گیرد. این کار توسط نیروی لغزش

عقرو دگر

انجام می شود

تدریس ها می توانند حفظ داشته باشند و یا نداشته باشند
پس تدریس نامیده می شود و تلفظ هواها

تدریس ها می توانند جریان محوسر و شعاعی و یا مختلف داشته باشند

معادلات اساسی تدریس ها:

پوستگی

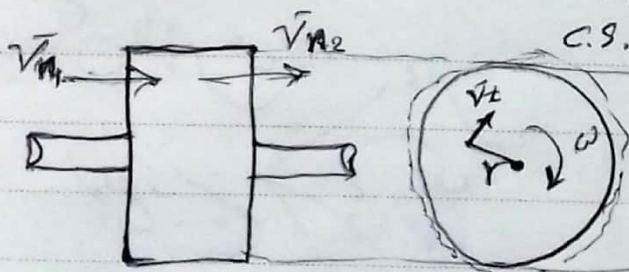
اندازه حرکت زاویه ای

انرژی

$$T_o = \frac{d}{dt} \int_{C.V.} r V_t \cdot dM + \int_{C.S.} r V_t (\rho V_n dA)$$

steady state

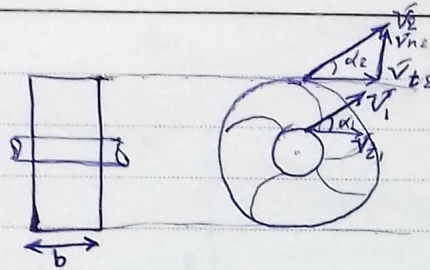
مؤلفه عرضی سرعت



تدریس جریان محوسر

Subject _____

Date _____



ماتریک وین سطحی

بهره گیری: $\int \rho v_n dA = 0$

$$-\rho_1 \bar{v}_{n1} A_1 + \rho_2 \bar{v}_{n2} A_2 = 0 \rightarrow \rho \bar{v}_{n1} A_1 = \rho \bar{v}_{n2} A_2 = \rho Q$$

انرژی وین: $T_S = -\rho Q R_1 \bar{v}_{t1} + \rho Q R_2 \bar{v}_{t2} = \rho Q (R_2 \bar{v}_{t2} - R_1 \bar{v}_{t1})$

مقدار اولی در تدریس ماتریک

$$\frac{dw}{dt} = \rho Q \omega (R_2 \bar{v}_{t2} - R_1 \bar{v}_{t1})$$

$$\dot{w} = \rho Q (\bar{v}_{t2} R_2 - \bar{v}_{t1} R_1) \quad (I)$$

$$Q = 2\pi r_1 b \bar{v}_{r1} = 2\pi r_2 b \bar{v}_{r2}$$

مقدار انرژی: $Q = 0$ (در این حالت)

$$\frac{dw}{dt} = \rho Q \left[\left(\frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + g z_2 \right) - \left(\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + g z_1 \right) \right]$$

$$\dot{w} = \rho g Q (H_2 - H_1) = \rho Q g \Delta H \quad (II)$$

(I), (II) $\rightarrow \bar{v}_{t2} R_2 - \bar{v}_{t1} R_1 = g \Delta H$ (نیز)

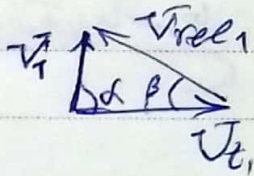
کلفت : $\Delta H_p = \Delta H_i - h$: برای چپ داریم

بازده هیدرولیک چپ : $\eta_p = \frac{\Delta H_p}{\Delta H_i}$

کلفت : $\Delta H_T = \Delta H_i + h$: برای راست داریم

بازده هیدرولیک راست : $\eta_T = \frac{\Delta H_i}{\Delta H_T}$

در انتها ① در حالت چپ و راست شیب :



$U_t + V_{rel} = V$

به سمت افودن معادله برنولی :

$$U_{t2} V_{t2} - U_{t1} V_{t1} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2}$$

$$V^2 = V_{rel}^2 + U_t^2 - 2 U_t V_{rel} \cos \beta$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho g} + \frac{V_{rel2}^2 - V_{rel1}^2}{2g} - \frac{U_{t2}^2 - U_{t1}^2}{2g} = 0$$

② شیب متوازی در دو طرف و فردی برابر هستند پس $U_{t2} = U_{t1}$ است.

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{1}{2g} (V_{rel}^2 - U_t^2) = \text{ثابت}$$

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{1}{2g} V_{rel}^2 = \text{ثابت}$$

Subject _____
Date _____

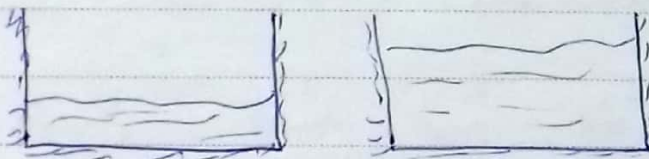
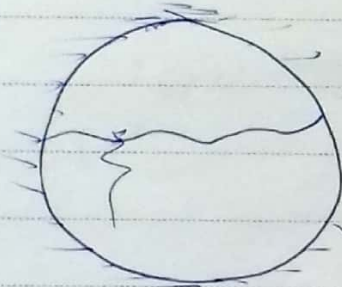
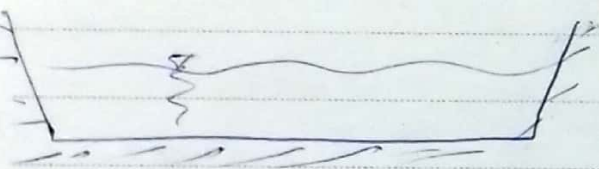
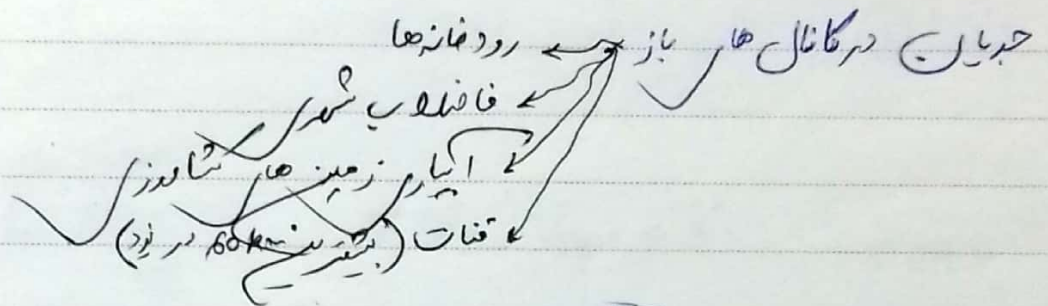
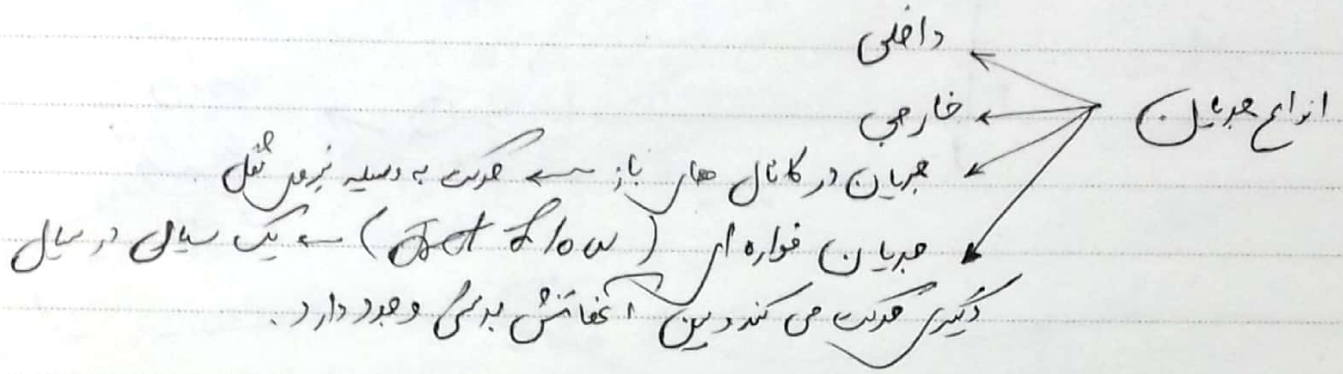
20
H
1

انتخاب می‌کند

1000

در نظر گرفته
فصل
مقدار

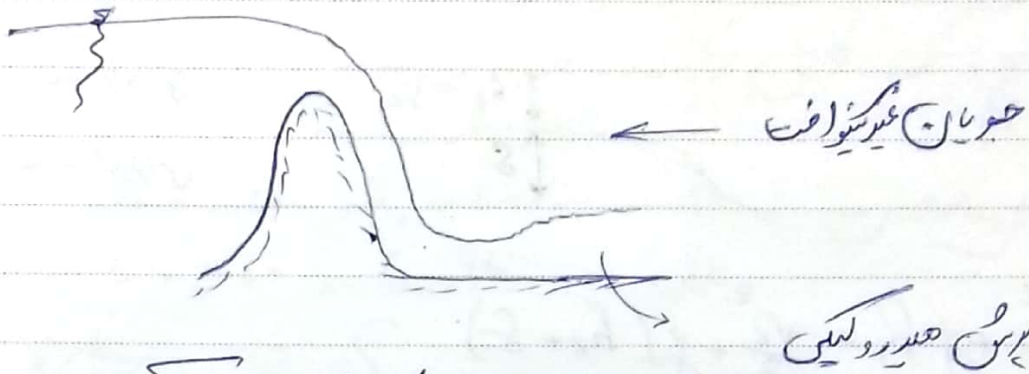
فصل ۱۰ - کانال‌ها باز جریان در



اگر در یک کانال جریان با دو ارتفاع مختلف داشته باشیم؛ بر این معنی است که سرعت جریان
در کانال با ارتفاع کمتر بیشتر است (دری ثابت).

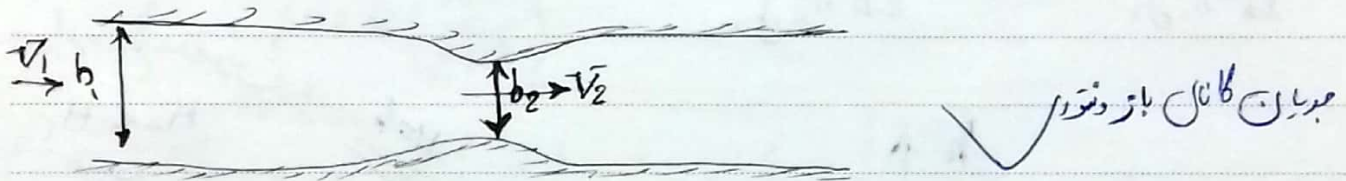
اگر ارتفاع یک کانال دو کانال مقدار ثابت باشد، جریان متفاوت داریم و اگر ارتفاع

مختلاف باشد، جریان غیرکنواخت داریم.



به افزایش ارتفاع سیال و کاهش سرعت آن

۱- جریان کانال باز بدون اصطکاک:



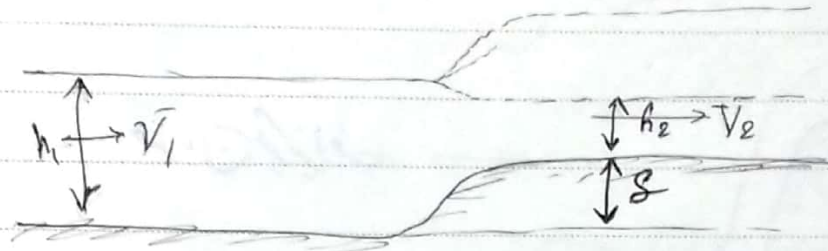
بررسی: $Q = b_1 h_1 v_1 = b_2 h_2 v_2 \rightarrow v_1 = v_2 \frac{b_2 h_2}{b_1 h_1}$

بنابراین: $\frac{v_1^2}{2} + g h_1 = \frac{v_2^2}{2} + g h_2$

$\frac{Q^2}{2g} = \frac{h_2 - h_1}{\frac{1}{b_2^2 h_2^2} - \frac{1}{b_1^2 h_1^2}}$ در بدست می آید.

$$\frac{2.8}{5.2}$$

2- جریان بر روی یک پراشندگی کانال :



$h_2 > h_1$ → فرامی‌برداری

$h_2 < h_1$ → فروری

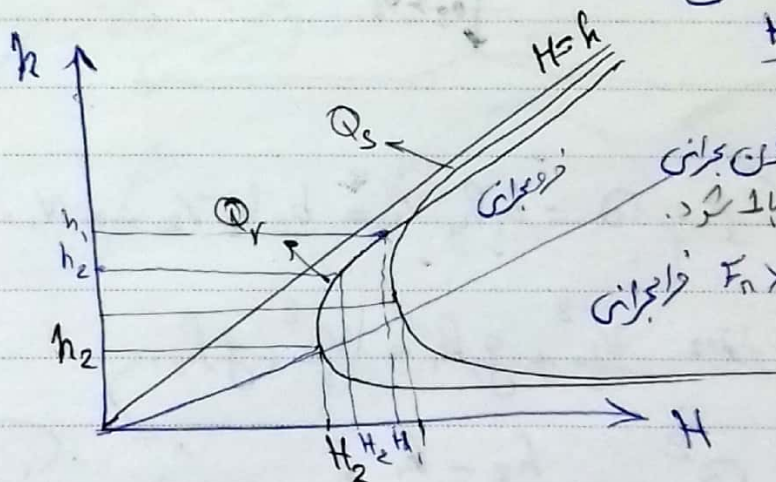
$$\frac{V_1^2}{2} + g h_1 = \frac{V_2^2}{2} + g(h_2 + \delta)$$

$$Q = b h V$$

$$\frac{Q^2}{2b^2 h_1^2 g} + h_1 = \frac{Q^2}{2b^2 h_2^2 g} + (h_2 + \delta) \rightarrow H_1 = H_2 + \delta$$

ارتفاع مفروض

$$H_2 < H_1$$



$v = \sqrt{gh}$ جریان بر روی
در حالتی که فرود برابر 1 شود.

فرامی‌برداری $Fr > 1$

$$\frac{dH}{dh} = 0 \rightarrow h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b^2}}, H_c = \frac{3}{2} h_c$$

$$h_c^3 = \frac{b^2 h_c^2 V^2}{g b^2} \rightarrow \frac{V^2}{g h_c} = 1$$

عدد فرود

ضمیمه کتاب مربوط به این بخش می باشد.

مثال: آب از یک کانال بتون مستطیلی به مدفن امتداد می یابد و 5 جریان دارد.
یک مانع در یک کانال قرار دارد. تعیین کنید افزایش یا کاهش در ارتفاع آب بر اثر

مانع برابر دو حالت: (1)
(2) $\delta = 0.2m$, $h_1 = 2m$
 $\delta = 0.2m$, $h_1 = 1m$

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b^2}}$$

h_c برابر مقطع دایره ای:

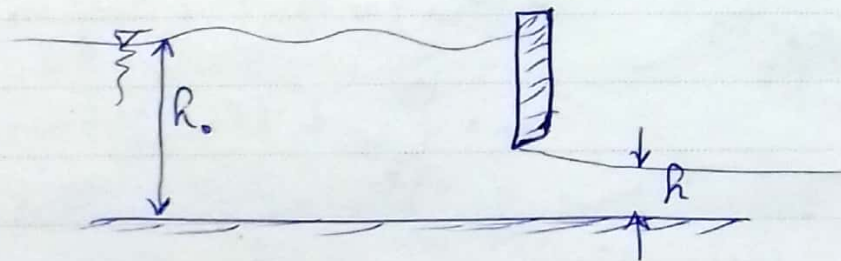
$$h_c = 0.842 R \left(\frac{Q^2}{g R^3} \right)^{0.26}$$



$$A = h^2 \tan \alpha$$

$$\frac{dH}{dh} = 0 \rightarrow \frac{Q^2}{g A^3} \frac{dA}{dh} = 1 \rightarrow h_c = \sqrt{\frac{2Q^2}{g \tan^3 \alpha}}$$

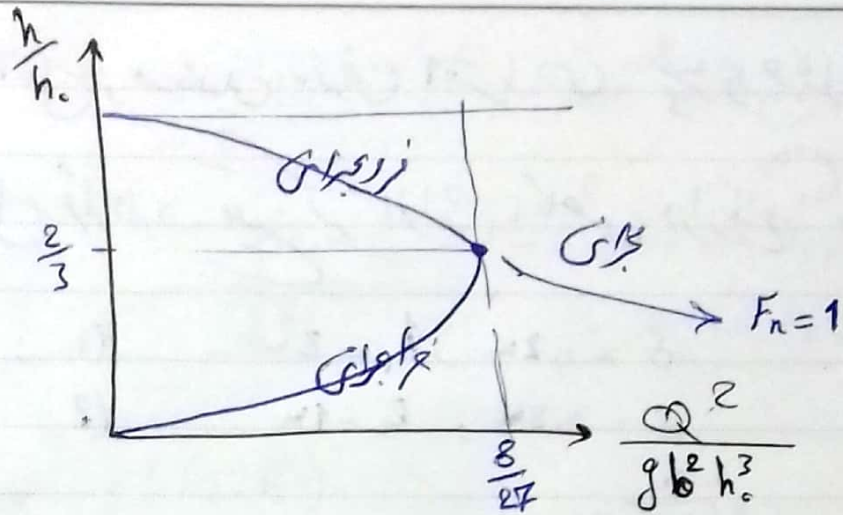
3- جریان از یک دریچه متحرک:



$$h_c = \frac{Q^2}{2b^2 g h^2} + h \dots$$

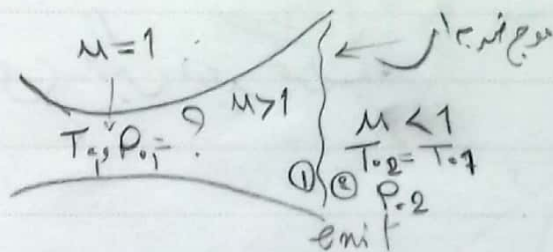
$$2g \left(\frac{h}{h_c} \right)^2 \left(1 - \frac{h}{h_c} \right) = \left(\frac{Q}{b} \right)^2 \left(\frac{1}{h_c^3} \right)$$

$$\frac{d \left(\frac{Q^2}{b^2 h_c^3} \right)}{d \left(\frac{h}{h_c} \right)} = 0 \rightarrow \frac{h}{h_c} = \frac{2}{3}$$



مثال: نازل عمده و واگرا با مشخصات زیر:

$A^* = 0.5 \text{ m}^2$ $P_e = 100 \text{ kPa}$ $\gamma = 1.4$
 $\frac{A_e}{A^*} = 2$ $T_e = 400 \text{ K}$ $P_e = ?$
 در انتها نوع ششمار انتقال می افتد. P_e در طول فون چه قدر است؟



$$f(Ma) = Ma \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 \right)$$

$$\dot{m} = \frac{P_0}{\sqrt{\frac{RT_0}{\gamma}}} A f(Ma)$$

قبل از موج ششمار $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \rightarrow \frac{A_c}{A^*} = \frac{f(Ma=1)}{f(Ma_2)} \rightarrow Ma_2 = 2.197$

$$Ma_2 = 0.5474$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \rightarrow \frac{P_{0,2}}{P_{0,1}} = \frac{f(Ma_1)}{f(Ma_2)} = 0.6294$$

$$P_{0,1} = P_{0,2} \times \frac{P_{0,2}}{P_2} \times \frac{P_{0,1}}{P_{0,2}} = 194.8 \text{ kPa}$$

جریان کانال مجزا آرام : جریان كنوزفت

« معادلات ناویر استوکس »

$$\rho g - \nabla P + \mu \nabla^2 \vec{v} + \frac{\mu}{3} \nabla (\nabla \cdot \vec{v}) = \rho \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$dF = dm a \rightarrow$$

فرض بر این است که میر ثابت است.

نبرد هاس دارد بر یک ذره سیال :

$$\Delta F_x = \Delta m a_x$$

$$\Delta F_x = (\rho \Delta x \Delta y \Delta z) g_x - \tau_{xx} \Delta y \Delta z + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \Delta y \right) \Delta x \Delta z +$$

$$- \tau_{yx} \Delta x \Delta z + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \Delta z \right) \Delta x \Delta y +$$

$$\left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \Delta z \right) \Delta x \Delta y$$

$$\rho g_x + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho a_x$$

در راستای و د ز هم به همین صورت می باشد.

$$\sigma_n = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \mathbf{v}$$

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\rho g_x = \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right]$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] = \rho a_x$$

$$a_x = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$$

اگر جریان تراکم ناپذیر باشد $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) = 0$

برای تمام اجزای $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0$

غیر دیکسون $\mu = 0$

$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

مثال: جریان آرام بین دو صفحه موازی: جریان درجه اول لایه آریکسول

تراکم ناپذیر بین دو صفحه موازی که صفحه بالایی با سرعت u در جهت x حرکت می‌کند.

صفحه پایینی حرکت می‌کند را در نظر می‌گیریم. (توجه: عدد برصغرات با استفاده

از معادله نوزی استوکس روابط سرعت و فشار را بدست آوریم.

: T/A

✓ حد درجہ عدد مائع بہرے سے باہر؟ مروجہ فریم اس میں دیکھیں اتفاق میں لفظ و انتہائی طاقتور ہے۔

10-8,3)

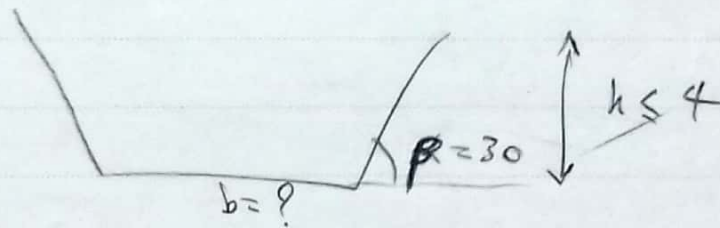
✓ حد درجہ عدد مائع بہرے سے باہر؟ مروجہ فریم اس میں دیکھیں اتفاق میں لفظ و انتہائی طاقتور ہے۔

$$\frac{v^2}{2gh_2} = 1 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \rightarrow h_2 = \dots$$

$$v^2 = 2gh_2$$

$$\frac{v_2^2}{2} + g(h_2 + \delta) = \frac{v_1^2}{2} + gh_1 \rightarrow \delta = \dots$$

10-16-



$$Q = 200 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\alpha = 0.0005$$

$$n = 0.015$$

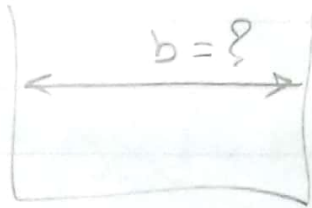
ارتفاع آب در سطح کانال ثابت

$$Q = \frac{0.82}{n} \left(\frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} \right) \sqrt{\sin \alpha}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = (b + \frac{h}{\tan \beta}) h \\ P = b + \frac{2h}{\sin \beta} \end{array} \right.$$

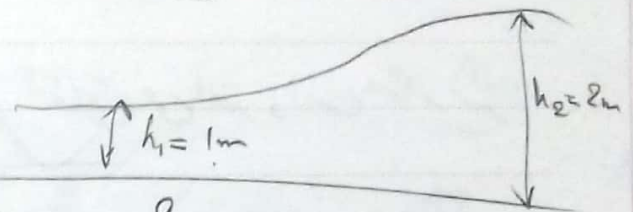
$$, h = 4 \rightarrow b = \checkmark$$

حل



$q = ?$

برس حد رسوبی



$V_1 = ?$ و $\Delta h_{loss} = ?$

$$q = \sqrt{6g}$$

پایان

موفق باشی